

*«Рішення складної задачі доручить
ледачому співробітнику – він знайде
найлегший спосіб розв'язку»*

Правило Хлейда

1. Ефективні технології для математичного моделювання систем і процесів.
2. Універсальні комп'ютерні середовища (огляд).

1 Ефективні технології для математичного моделювання систем і процесів

Символьна, або іншими словами комп'ютерна математика, або ще інакше комп'ютерна алгебра, є великим розділом математичного моделювання. Програми такого типу можна в принципі відносити також до інженерних програмних продуктів автоматизованого проектування, так званим САПР. У цій галузі вирізняють три таких основних напрями як-от:

- 1) CAD – Computer Aided Design – системи автоматизованого комп'ютерного проектування;
- 2) CAM – Computer Aided Manufacturing – системи автоматизованого комп'ютерного виробництва;
- 3) CAE – Computer Aided Engeneering – системи комп'ютерного інжинірингу.

Сьогодні серйозне конструювання у приладобудуванні, машинобудуванні, архітектурі та будівництві, електротехніці та електроніці, а також в інших галузях інженерної діяльності вже неможливе без САПР. Математичні ж програмні пакети нині є складовою частиною CAE-систем, причому далеко не другорядною, хоча б тому, що все більшу частину задач взагалі неможливо вирішити без застосування комп'ютерів.

Ще 20 років тому ці програмні пакети вважалися суто професійними інструментами і потребували спеціалізованих великих комп'ютерів. Утім приблизно у другій половині 90-х років ринок CAD/CAM/CAE-систем та технологій почав бурхливо розвиватися. Розробники подібних систем насамперед зробили їх доступними для персональних комп'ютерів, отже, для десятків і сотень тисяч інженерів та дослідників.

Окрім того, в сучасних математичних пакетах застосовується принцип конструювання математичної моделі. Користувач лише формулює задачу, тоді як всі рутинні операції: розкриття дужок, перетворення виразів, знаходження коренів рівнянь, похідних та інтегралів тощо, – комп'ютер виконує самостійно без втручання користувача. Сучасні математичні пакети окрім символічних перет-

ворень здатні також на виконання складних обчислень і навіть на зв'язок з Інтернетом.

Типова структура математичних програмних пакетів (систем комп'ютерної математики) є такою:

- ядро системи (з вбудованими командами та функціями);
- інтерфейсна оболонка;
- бібліотека спеціалізованих програм, модулів та функцій;
- програмні пакети розширень;
- довідкова система (Help).

Ядро звичайно містить найбільш уживані та ретельно налагоджені з точки зору ефективності та мінімальних затрат машинного часу оператори та функції для символічних обчислень машинно-орієнтованою мовою. Об'єм ядра системи завжди обмежений, проте саме об'єм ядра характеризує базові можливості математичного пакету або системи комп'ютерної математики.

Інтерфейсна оболонка пакету (системи) комп'ютерної математики забезпечує підтримку всіх функцій необхідних для інформаційних та керуючих взаємодій між користувачем та системою зокрема й операцій вводу/виводу, збереження, редагування файлів, обмін програмами, використання апаратних засобів тощо (рис. 1.9.1).

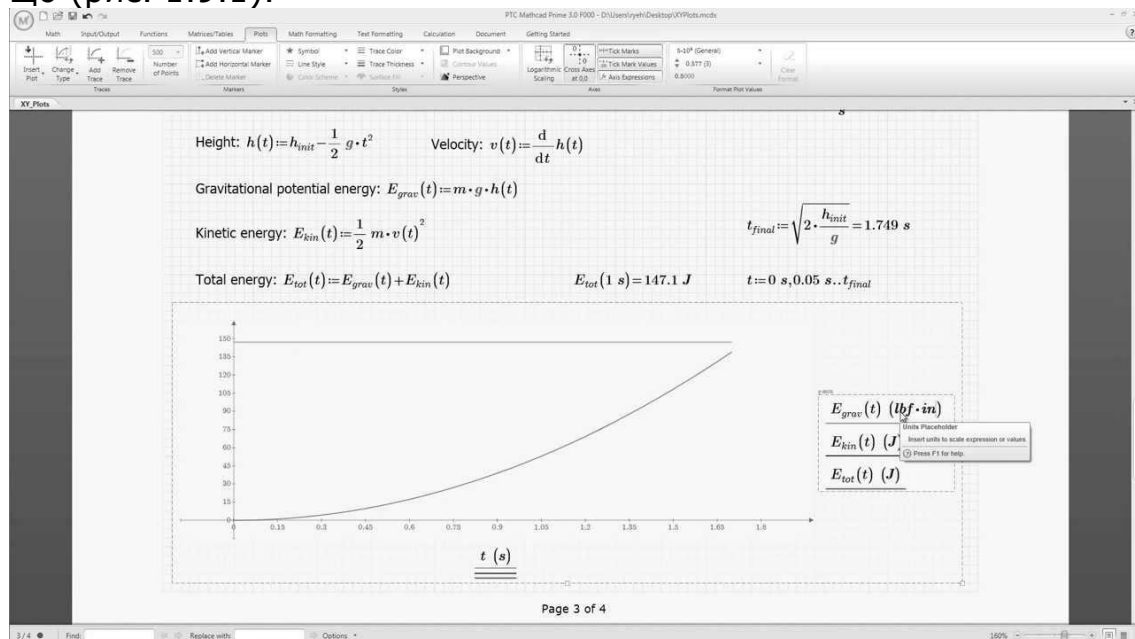


Рис. 1.9.1. Вікно інтерфейсу СКМ Mathcad Prime 3.0

Бібліотеки та пакети розширення функціонально розширюють функції та операції ядра системи, забезпечуючи програмування та створення алгоритмів не лише машинною мовою системи, але також мовою програмування вищого рівня.

Довідкова система забезпечує користувача інформацією, демонстраціями та прикладами типових задач та їх розв'язків. Деякі системи комп'ютерної математики є з такої точки зору фак-

тично математичними енциклопедіями з огляду на обсяги їх довідкової системи.

Системи комп'ютерної математики (СКМ) дозволяють за допомогою комп'ютерів реалізувати аналітичні та числові методи вирішення задач, представлення результатів у графічній формі (візуалізацію), оформлення результатів та їх підготовку до друку.

В аналітичній формі, зокрема, більшість СКМ дозволяють виконати такі операції:

- спрощення виразів, або їх приведення до стандартної форми;
- підстановки символічних та/або числових значень у вирази;
- виокремлення множників або дільників у виразах;
- факторизацію, розкриття ступенів та добутків;
- розкладання виразів на прості дроби;
- знаходження меж функцій та послідовностей;
- операції з рядами;
- диференціювання в повних та частинних похідних;
- знаходження визначених та невизначених інтегралів;
- повний аналіз функцій включно з пошуком сингулярностей та екстремумів;
- операції з векторами, матрицями та тензорами;
- знаходження рішень алгебраїчних та диференціальних рівнянь;
- символічне рішення задач оптимізації;
- інтегральні перетворення, прямі та зворотні (Фур'є, Лапласа, Ганкеля, Мелліна тощо);
- пряме та зворотнє швидке перетворення Фуріє (ШПФ);
- інтерполяція, екстраполяція, апроксимація;
- статистичні обчислення;
- машинні докази теорем.

Додатково більшість просунутих СКМ забезпечує такі можливості як:

- числові операції довільної точності;
- цілочисельну арифметику великих чисел;
- обчислення фундаментальних фізичних констант з довільною точністю;
- підтримку функцій теорії чисел;
- редагування математичних виразів у двовимірній формі;
- побудову графіків аналітично та неявно заданих функцій, побудову графіків за табличними даними, а також у двох та трьох вимірах;
- анімацію побудованих графіків;
- використання пакетів розширень спеціального призначення;
- програмування на вбудованій мові високого рівня;
- автоматичну верифікацію;
- синтез програм;
- інтерактивні режими роботи.

Визнаними лідерами серед існуючого розмаїття СКМ сьогодні є три такі системи:

1. Maple.
2. MATHLAB.
3. Mathematica.

2 Універсальні комп'ютерні середовища (огляд)

Maple є типовою інтегрованою системою комп'ютерної математики. Першу версію було розроблено та оприлюднено в 1980-му році групою Symbolic Computation Group з університету Ватерлоо, місто Ватерлоо, Онтаріо, Канада. Остання версія Maple 2015 від 2015 року містить понад 5000 функцій для більшості розділів сучасної математики, інтерактивної візуалізації та моделювання, підтримує мову програмування Maple, і дозволяє комбінувати алгоритми, результати обчислення, математичні формули, текст, графіку, діаграми та анімацію зі звуком в електронному документі. Окремими пакетами можна придбати розвинену систему рівневого візуального моделювання MapleSim. З 1988 року програму Maple розробляє і продає ліцензії компанія Waterloo Maple Inc. (також відома як Maplesoft) – канадська компанія з Ватерлоо, Онтаріо, Канада.

Основний документ СКМ Maple – це Worksheet (робочий аркуш), робота з яким дуже подібна до звичайного редагування документа в текстовому редакторі типу Word. Текст можна формувати на рівні абзаців або символів, оформлюючи їх у різних стилях. Зміст документів можна структурувати за секціями та підсекціями. Кожна секція може містити об'єкти різної природи: текстові коментарі, рядки введів та виводів команд, графіки, а також підсекції тощо.

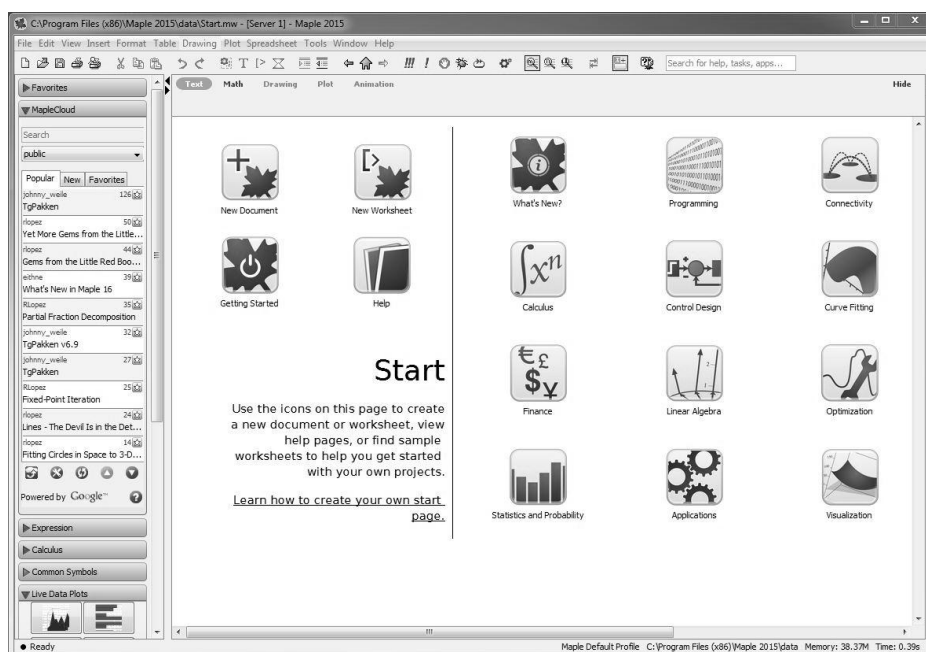


Рис. 1.9.2. Вікно інтерфейсу СКМ Maple 2015

Рядки вводу команд вирізняються спеціальним символом, окремим кольором і є активними: введені в такі рядки команди передаються в ядро системи, виконуються і повертаються у вигляді тексту, або графіків (рис. 1.9.2). Отже, в СКМ Maple поєднані функції текстового та командного процесорів.

Система Maple інтегрує в собі три мови:

- вхідну або мову спілкування з системою;
- мову реалізації програм;
- мову програмування.

Вхідна мова є інтерпретуючою мовою надвисокого рівня, зорієнтованою на рішення математичних задач практично будь-якого рівня складності в діалоговому режимі. Вона слугує для завдання вхідних даних задачі для їх наступної обробки. Вхідна мова має велику кількість заздалегідь визначених математичних та графічних функцій разом із розгалуженою бібліотекою функцій, які можна підключати в міру потреб.

Вбудована мова програмування Maple вважається однією з найпотужніших та кращих мов програмування математичних задач. Її класифікують як мову процедурного програмування.

Ядро системи покращується від версії до версії: останньою на момент написання лекції була версія 2015, яка містить понад 5000 функцій ядра. Частина функцій ядра може бути використана без спеціальної об'яви, інша потребує об'яв для ужиття. Існує ціла низка спеціальних програмних пакетів, які можна підключати, якщо виникає потреба; їх тематика охоплює практично всі розділи сучасної математики. Довершеність ядра системи характеризує той факт, що в неповному складі воно експлуатується такими СКМ як MATLAB та MathCad.

Система Maple підтримує як двовимірну, так і тривимірну графіку. Таким чином, можна представити явні, неявні та параметричні функції, а також багатомірні функції і навіть набори даних у графічному вигляді і візуально шукати закономірності.

Графічні засоби системи дозволяють будувати двовимірні та тривимірні графіки одразу декількох функцій, створювати графіки конформних перетворень функцій комплексних аргументів, будувати графіки функцій в логарифмічному, подвійному логарифмічному, параметричному, фазовому, полярному та контурному вигляді. Графічно можна також представляти функції, які задані неявним способом, рішення диференціальних рівнянь, зокрема отримані в числовій формі, кореневі годографи тощо.

Maple здатний будувати поверхні та криві в тривимірному представленні, включно з поверхнями, заданими в явній та параметричній формі, а також рішеннями диференціальних рівнянь та їх систем. Такі поверхні можна зображувати не лише в статичному, але також у динамічному вигляді, користуючись можливостями анімації.

Maple є першим пакетом, який запропонував повну підтримку стандарту MathML 2.0, який керує як зовнішнім виглядом, так змістом математики в Інтернеті. Ця ексклюзивна функція робить СКМ основним засобом математичних досліджень в Інтернеті. TCP/IP-протокол забезпечує динамічний доступ з інтерфейсу СКМ Maple до інформації з Інтернет-ресурсів, наприклад до даних фінансового аналізу в режимі реального часу, або даних про поточні погодні умови.

Mathematica – СКМ розробки компанії Wolfram Research (USA). Остання версія СКМ має номер 10.1 і розповсюджується з березня 2015 року. Можливостями та навіть віконним інтерфейсом ця СКМ практично не відрізняється від СКМ Maple, тому варто зупинитися лише на суттєвих відмінностях між цими програмними продуктами. Зокрема, останні версії системи дозволяють вільний вибір мови вводу: користувач може ввести речення англійською і одразу отримує результат – знання синтаксису не є обов'язковим.

Після закінчення обчислень система самостійно вносить пропозиції щодо продовження роботи, наприклад рекомендує натиснути певну інтерфейсну кнопку, або викликати нове діалогове вікно тощо.

СКМ Mathematica має декілька десятків зовнішніх розширень для спеціалізованих математичних задач. Так, WolframLibraryLink забезпечує підключення зовнішніх програмних бібліотек, ефективно розподіляючи оперативну пам'ять комп'ютера та гарантуючи високу швидкість обчислень.

Для роботи з базами даних СКМ має програму DatabaseLink, яка є набором вбудованих інструментів, які дозволяють інтеграцію з будь-якою базою даних SQL, або навіть декількома такими базами.

Інтерфейсна частина цієї СКМ відділена від процесів її обчислювального ядра (рис. 1.9.3). Таке рішення забезпечує неперервність процесу обчислень навіть у випадку коли багатоядерний процесор знаходиться під максимальним навантаженням. Приміром, у випадку двох ядер інтерфейс та обчислювальне ядро системи працюють на різних ядрах процесору. Ядро системи є машинно-незалежним, що дозволяє легко переносити його на різні платформи.

Певним недоліком СКМ Mathematica є доволі незвична мова програмування, що лише частково компенсується розвиненою довідковою системою цього математичного середовища.

MATLAB – ця система комп'ютерної математики є одночасно високого рівня мовою програмування, яка забезпечує широкий спектр функцій, інтегроване середовище розробки, об'єктно-орієнтовані можливості та інтерфейси до програм, які у свою чергу написані іншими мовами. СКМ MATLAB спочатку розроблялася як суто обчислювальна, і лише у старших версіях отримала можливість символічних обчислень, використовуючи для цього ядро такої СКМ як Maple.

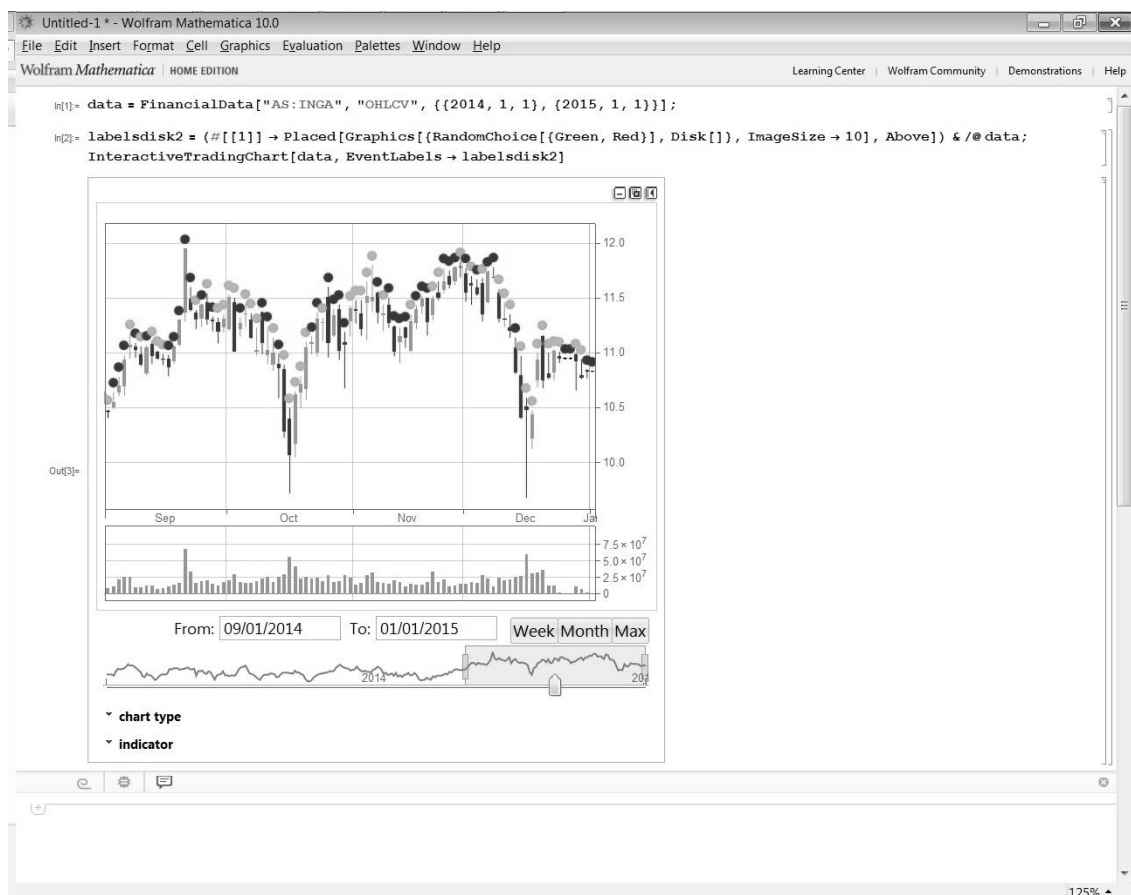


Рис. 1.9.3. Фрагмент програми у вікні СКМ Mathematica

MATLAB є мовою цілої родини програмних продуктів фірми MathWorks (USA), зокрема такого відомого як Simulink. Остання версія СКМ має номер 2015a – «в ході» з березня 2015 року. MATLAB має більше, ніж мільйон користувачів.

Програми написані на MATLAB бувають двох типів: функції та скрипти. Функції мають як вхідні, так і вихідні аргументи, а також власний робочий простір для зберігання результатів проміжкових обчислень. Скрипти ж користуються загальним робочим простором. Як скрипти, так і функції не компілюються в машинні коди і зберігаються як текстові файли.

Головна особливість мови MATLAB – його широкі можливості в роботі з матрицями, які розробники мови висловили в гаслі «думай по-векторному» (англ. «Think vectorized»).

У склад MATLAB входять:

- інтерпретатор команд;
- графічна оболонка;
- редактор-налагоджувач;
- профайлер;
- компілятор;
- символічне ядро від Maple;
- математичні бібліотеки та пакети розширень.

Для MATLAB існує можливість створювати спеціальні набори інструментів (англ. toolboxes), які розширюють можливості СКМ. Такі набори являють собою колекції функцій написаних мовою MATLAB для вирішення певного класу задач. Компанія Mathworks постачає набори таких інструментів для використання в різних галузях математики. Завдяки великій кількості пакетів розширень СКМ є найбільшою за об'ємом серед свого класу.

Інтерфейс СКМ MATLAB 2013 року, який за інтерфейсом майже не відрізняється від останньої версії 2015 року, з фрагментами програми та графіки представлений на рис. 1.9.4.

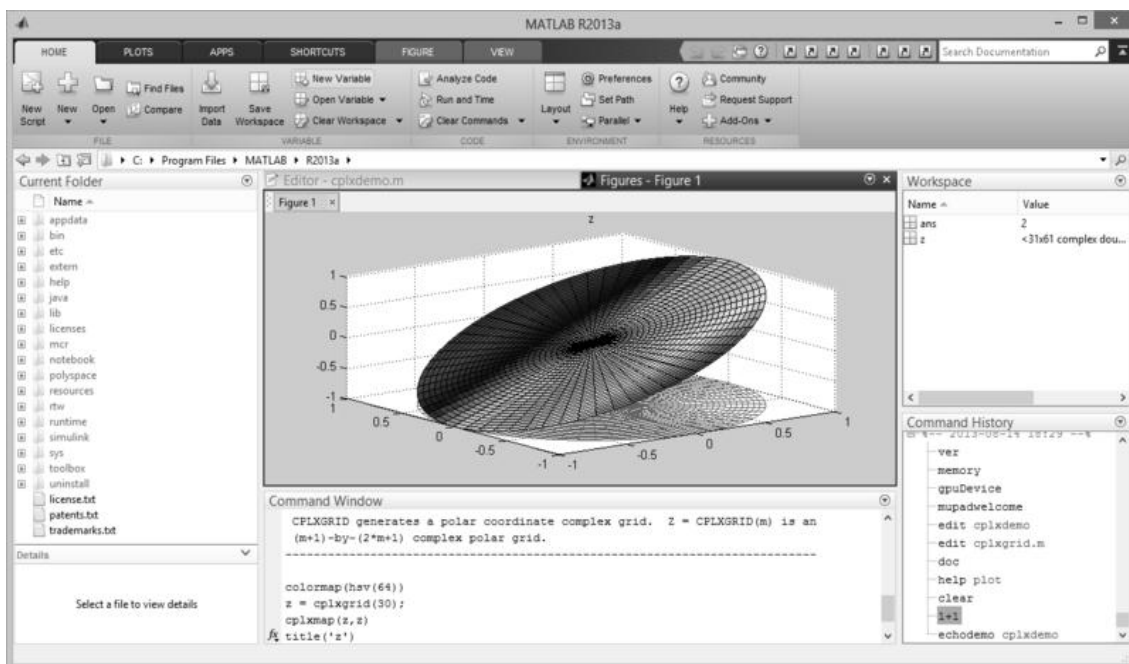


Рис. 1.9.4. Інтерфейс СКМ MATLAB версії 2013 року