

8. ІНДЕКСИ

8.1. Сутність індексів та їх класифікація

Індекс – це назва певної узагальнюючої характеристики. Кожний індекс є співвідношення двох значень показника: оціночного (поточного) та базового. Таким чином, індекс – це відносна величина, яка характеризує зміну соціально-економічного явища в часі, просторі, ступінь відхилення значення показника від певного стандарту, нормативу, середньої. Форми вираження індексу: коефіцієнти, проценти, проміле. Індекс, як любий інший статистичний показник, поєднує в собі як якісні, так і кількісні аспекти соціально-економічного явища.

Агрегатні форми індексів (за ступенем агрегованості інформації) поділяються на індивідуальні та зведені. **Індивідуальні індекси** – характеризують співвідношення рівнів показника для окремих елементів сукупності або однорідних груп. **Зведені індекси** характеризують зміну усіх одиниць сукупності явища, які можуть складатись з різнорідних безпосередньо непорівнянних елементів. Інденси позначають відповідно «i» та «I». База порівняння позначається «0», поточне значення показника відповідно позначається «1». У позначенні індексу використовують символи: «p» (ціна), «g» (кількість), «t» (трудомісткість), «c» (собівартість). Умовою використання індексів є порівнянність методики вимірювання відношення чисельника та знаменника, що являє собою індекс.

За характером порівнянь у часі, у просторі з певним стандартом індекси поділяють на **динамічні, територіальні, групові**.

Основною формою зведених індексів є **агрегатна форма індексів**. Свою назву вона отримала від «aggrega», що латинію означає додаю. При агрегуванні сукупності елементів, що мають різні одиниці виміру, їх фізичні обсяги «g» приводять до порівняного виду за допомогою певних сумірників, наприклад, вартісного характеру «p». Агрегатом буде:

$$\sum p_i q_i, \quad \sum q_i c_i, \quad \sum q_i t_i, \quad (8.1)$$

де «p_i», «c_i», «t_i» – вартість, собівартість, трудомісткість.

8.2. Взаємозв'язки індексів

Майже кожний індекс є складовою частиною індексної системи. Наприклад, індекс вартості товару є функція товарної маси та цін на товари; грошові витрати на виробництво – функція обсягу виробництва і собівартості. Загальний вираз зведеного індексу в агрегатній формі у звичних позначеннях має вигляд:

$$I = \frac{\frac{\sum_1^k (x_i f_i)_1}{\sum_1^L (x_j f_j)_0}}{\frac{\sum (x_i f_i)_1}{\sum (x_j f_j)_0}} = \frac{\sum (x_1 f_1)_i}{\sum (x_0 f_0)_j} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_0}, \quad (8.2)$$

де i, j – номери за якими здійснюється підсумок, $i = 1, 2, 3, 4, \dots k; j = 1, 2, 3, 4, \dots L$;

x_i, x_j – значення показника у варіантах, що порівнюються одне з одним; f_i, f_j – вага показника у кожному з варіантів; «0», «1» – позначки того, до якої сукупності належить варіанта або частота.

Слід пам'ятати, що підсумок здійснюється по « i » та « j » відповідно, тому i у знаках сум відсутні верхні та нижні позначки. У загальному випадку кількість складових під знаком суми в чисельнику і знаменнику різна – « k » і « L » – відповідно. Зручність прийнятих в статистиці позначень полягає в тому, що позначки «0» і «1» вказують на відповідну з сукупностей.

Існують дві системи індексів **базисно-зважена (Ласпейреса)** та **поточно-зважена (Пааше)**, де I_p – індекс цін, I_g – індекс товарної маси.

	Базисно-зважена система (Ласпейреса)	Поточно-зважена система (Пааше)
Індекс зміни цін (р)	$I_p = \frac{\sum p_1 g_0}{\sum p_0 g_0} = \frac{\sum i_p p_0 g_0}{\sum p_0 g_0}$	$I_p = \frac{\sum p_1 g_1}{\sum p_0 g_1} = \frac{\sum p_1 g_1}{\sum \frac{1}{i_p} p_1 g_1}$
Індекс зміни обсягу (g)	$I_g = \frac{\sum p_0 g_1}{\sum p_0 g_0} = \frac{\sum p_0 i_g g_0}{\sum p_0 g_0}$	$I_g = \frac{\sum p_1 g_1}{\sum p_1 g_0} = \frac{\sum p_1 g_1}{\sum p_1 \frac{1}{i_g} g_1}$

де «0», «1» – базовий та поточний роки відповідно.

Вибір форми індексу залежить від мети дослідження та наявної інформації. При незначній кореляції між цінами та товарною масою індекси, які розраховані за Ласпейресом та Пааше, практично однакові. У закордонній статистиці використовується базисно-зважена $p_0 g_0$, у державній статистиці при розрахунку індексу цін перевага надається поточній вазі $p_1 g_1$.

Окрім агрегатної форми індексу, існує *середньозважена форма індексу*. Використовують два види середніх – арифметичну та гармонійну:

$$\sum p_0 g_0 = \sum p_0 \frac{g_1}{i_g} \quad (8.4)$$

з *індивідуальними індексами* цін i_p та фізичного обсягу продаж i_g . Згідно із домовленістю $i_p = p_1/p_0$, $i_g = g_1/g_0$. У такому разі зведені індекси за Ласпересом обчислюється як середня арифметична з вагою $p_0 g_0$, а індекси Пааше – як середня гармонічна з вагою $g_1 p_1$:

$$\begin{aligned} p_1 g_0 &= i_p g_0 p_0; & p_1 g_0 &= g_1 p_1 / i_g; \\ p_0 g_1 &= p_0 g_0 i_g; & p_0 g_1 &= p_1 g_1 / p_0. \end{aligned} \quad (8.5)$$

Середньозважені індекси та відповідні індекси в агрегатній формі тотожні.

8.3. Індекси середніх величин

Індекси середніх величин використовують на практиці досить широко. Пригадаємо:

$$\bar{x} = \frac{\sum_1^m x_i f_i}{\sum_1^m f_i} = \sum_1^m x_j d_j. \quad (8.6)$$

Таким чином, динаміка середньої визначається двома факторами: 1) зміною значень ознаки x_j ; 2) зрушеннями структури d_j . Вплив кожного з факторів оцінюється за допомогою індексів середніх величин: *змінного* та *фіксованого складу, структурних зрушень*.

Індекс змінного складу:

$$I_{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} = \frac{\sum x_1 f_i}{\sum x_0 f_0} = \frac{\sum x_1 f_i}{\sum f_i} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \sum x_1 d_1 : \sum x_0 d_0. \quad (8.7)$$

Індекс фіксованого складу:

$$I_x = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} = \sum x_1 d_1 : \sum x_0 d_1. \quad (8.8)$$

Індекс структурних зрушень:

$$I_d = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_1} = \sum x_0 d_1 : \sum x_0 d_0. \quad (8.9)$$

В індексі фіксованого складу ваги постійні, що дозволяє уникнути впливу на динаміку середньої структурних зрушень. Індекс фіксованого складу I_x показує, як змінилися значення ознаки при незмінній (фіксованій) структурі.

Індекс структурних зрушень I_d показує, як змінилася середня за рахунок структурних зрушень; значення ознак фіксується на постійному рівні, що дозволяє уникнути впливу на динаміку середньої зрушень показника.

Індекси фіксованого складу та структурних зрушень фіксуються на різних рівнях:

$$I_{\bar{x}} = I_x \times I_d, \quad (8.10)$$

I_x – поточний рівень; I_d – базовий рівень (або навпаки: I_x – базовий рівень; I_d – поточний рівень), це дозволяє пов'язати ці індекси в **індексу систему**.

Індекс цін за Пааше відіграє роль **коефіцієнта (дефлятора)**, за допомогою якого вартісні показники системи національних рахунків зводяться до порівняного виду:

$$I_p = \frac{\sum p_1 g_1}{\sum p_0 g_1} = \frac{\sum p_1 g_1}{\sum \frac{1}{i_p} p_1 g_1}. \quad (8.11)$$

Завдання для самоконтролю

1. Що називається індексом?
2. Які існують агрегатні форми індексів?
3. Що характеризують індивідуальні індекси?
4. Що характеризують зведені індекси?
5. Як утворюється агрегатна форма індексів?
6. У чому полягає побудова зведених індексів?
7. Надайте вираз зведеного індексу у звичайних математичних позначках.
8. Чим базисно-зважена система індексів Ласпейреса відрізняється від поточно-зваженої системи індексів Пааше?
9. У чому полягає суть середньозваженої форми індексу?
10. Як співвідносяться індекси у середньозваженій формі та в агрегованій формі?
11. У чому полягає суть індексу змінного складу?
12. У чому полягає суть індексу фіксованого складу?
13. У чому полягає суть індексу структурних зрушень?

14. Як індекс фіксованого складу та індекс структурних зрушень пов'язати в індексну систему?

Задачі

8.1. Імпорт пального в регіон за останні роки становив, млн гр. од.:

Таблиця 8.1

Імпорт	2004	2005	2006
у поточних цінах	220	253	300
у цінах 2004 року	220	230	260

Визначте за 2005 та 2006 рр. індекси цін та фізичного обсягу імпортованого пального. Покажіть взаємозв'язок індексів.

Розв'язок:

Для того, щоб знайти індекси, зробимо співвідношення показників: поточного і базисного:

$$I_{P5/4} = \frac{P_1 Q_1}{P_0 Q_1} = \frac{253}{230} = 1,1$$

– відносно 2004 року

$$I_{Q5/4} = \frac{P_0 Q_1}{P_0 Q_0} = \frac{230}{220} = 1,0455$$

$$I_{P6/5} = \frac{P_2 Q_2}{P_0 Q_2} = \frac{300}{260} = 1,154$$

– відносно 2005 року

$$I_{Q6/5} = \frac{P_0 Q_2}{P_0 Q_0} = \frac{260}{220} = 1,182$$

$$I_{PQ5/4} = \frac{P_1 Q_1}{P_0 Q_0} = \frac{253}{220} = 1,15$$

– відносно 2004 року

$$I_{PQ6/4} = \frac{P_2 Q_2}{P_0 Q_0} = \frac{300}{220} = 1,364$$

$$I_{PQ6/5} = \frac{P_2 Q_2}{P_1 Q_1} = \frac{300}{253} = 1,186$$

– відносно 2005 року.

Взаємозв'язок індексів:

$$I_{PQ6/4} = I_{PQ5/4} \cdot I_{PQ6/5} = 1,15 \cdot 1,186 = 1,3639 (\approx 1,364);$$

$$I_{PQ5/4} = I_{P5/4} \cdot I_{Q5/4} = 1,1 \cdot 1,0455 = 1,15005 (\approx 1,15);$$

$$I_{PQ6/5} = I_{P6/5} \cdot I_{Q6/5} = 1,154 \cdot 1,182 = 1,364.$$

8.2. Оптовий продаж окремих харчових продуктів на внутрішньому ринку зазнав змін (подано в таблиці). Визначте:

- індивідуальні індекси цін;
- зведені індекси товарообіг, цін та фізичного обсягу проданих харчових продуктів.

Таблиця 8.2

Харчовий продукт	Товарообіг у фактичних цінах, тис. гр. од.		Товарообіг поточного періоду в незмінних цінах, тис. гр. од.
	Базисний період	Поточний період	
Цукор	126	283	122
Олія	214	380	268
Разом	340	663	390

Покажіть їх взаємозв'язок та проаналізуйте зміни.

Розв'язок:

- індивідуальні індекси цін:

$$\text{цукор: } I_{PЦ} = \frac{P_1 Q_1}{P_0 Q_1} = \frac{283}{122} = 2,32,$$

$$\text{олія: } I_{PO} = \frac{P_1 Q_1}{P_0 Q_1} = \frac{380}{268} = 1,4.$$

- зведені індекси:

$$\text{товарообігу: } I_{PQ} = \frac{\sum_1^n p_1 q_1}{\sum_1^n p_0 q_0} = \frac{663}{340} = 1,95,$$

цін:

$$I_P = \frac{\sum_1^n p_1 q_0}{\sum_1^n p_0 q_0} = \frac{663}{390} = 1,7,$$

$$\text{фізичного обсягу: } I_Q = \frac{\sum_1^n p_0 q_1}{\sum_1^n p_0 q_0} = \frac{390}{340} = 1,15.$$

Взаємозв'язок: $I_{PQ} = I_P \cdot I_Q = 1,7 \cdot 1,15 = 1,955$.

Зміни: ціни на цукор зросли на 132 %, на олію – на 40 %. В середньому ціни зросли на 70 %, товарооборот зріс на 95 %, обсяг продаж зріс на 15 %.

8.3. Динаміка продажу трикімнатних квартир на біржі нерухомості характеризується даними:

Таблиця 8.3

Розташування квартири	Ціна однієї квартири, тис. ум. гр. од.		Кількість проданих квартир, тис.	
	Базисний рік	Оціночний рік	Базисний рік	Оціночний рік
Околиця	20	24	4,6	5,0
Район, прилеглий до центру	28	30	2,0	2,5
Центр	45	55	1,4	1,0

Визначте:

- зведений індекс цін на квартири;
- зведений індекс вартості проданих квартир, результати проаналізуйте.

Розв'язок:

Для зручності занесемо деякі розрахунки до таблиці:

Таблиця

№	$p_0 q_0$	$p_1 q_1$	$p_1 q_0$
1	92	120	110,4
2	56	75	60
3	63	55	77
Разом	211	250	247,7

- зведений індекс цін на квартири:

$$I_P = \frac{\sum_1^n p_1 q_0}{\sum_1^n p_0 q_0} = \frac{247,7}{211} = 1,17.$$

Ціну на квартири в середньому збільшили на 17 %.

б) зведений індекс вартості проданих квартир:

$$I_{pq} = \frac{\sum_1^n p_1 q_1}{\sum_1^n p_0 q_0} = \frac{250}{211} = 1,18.$$

Зведений індекс I_{pq} показує, що вартість проданих квартир у цілому збільшилася на 18 %.

8.4. Витрати на телерекламу окремих категорій товару характеризуються змінами:

Таблиця 8.4

Категорія товару	Собівартість одного рекламного ролика, тис. ум. гр. од.		Кількість виготовлених роликів, од.	
	Базисний період	Поточний період	Базисний період	Поточний період
Солодощі	1,3	1,5	150	180
Напої	1,0	1,2	140	135

Визначте зведені індекси:

- а) собівартості та кількості виготовлених рекламних роликів;
- б) загальних витрат.

Розрахуйте абсолютний розмір перевитрат (економії) у загальних витратах на телерекламу за рахунок змін у собівартості. Результати проаналізуйте.

Розв'язок:

Для зручності занесемо деякі розрахунки до таблиці:

Таблиця

Категорія товару	P_0	P_1	Q_0	Q_1	$P_1 Q_0$	$P_0 Q_0$	$P_1 Q_1$	$P_0 Q_1$
Солодощі (А)	1,3	1,5	150	180	225	195	270	234
Напої (В)	1,0	1,2	140	135	168	140	162	135
Разом	–	–	290	315	393	335	432	369

а) індекс собівартості:

$$I_p = \frac{\sum_1^n p_1 q_0}{\sum_1^n p_0 q_0}$$

$I_{p_A} = 225:195 = 1,15 \rightarrow$ собівартість зросла на 15 %.

$I_{p_B} = 168:140 = 1,2 \rightarrow$ собівартість зросла на 20 %.

$I_{p_{A+B}} = 393:335 = 1,17 \rightarrow$ зведена собівартість зросла на 17 %.
індекс кількості роликів:

$$I_q = \frac{\sum_1^n p_1 q_1}{\sum_1^n p_0 q_0}.$$

$I_{q_A} = 270:225 = 1,2 \rightarrow$ кількість зросла на 20 %.

$I_{q_B} = 162:168 = 0,96 \rightarrow$ кількість зменшилася на 4 %.

$I_{q_{A+B}} = 432:393 = 1,09 \rightarrow$ кількість зросла на 9 %.

б) індекс загальних витрат: $I_{pq} = \frac{\sum_1^n p_1 q_1}{\sum_1^n p_0 q_0}.$

$I_{pq_A} = 270:195 = 1,38 \rightarrow$ загальні витрати зросли на 38 %.

$I_{pq_B} = 162:140 = 1,16 \rightarrow$ загальні витрати зросли на 16 %.

$I_{pq_{A+B}} = 432:335 = 1,29 \rightarrow$ загальні витрати зросли на 29 %.

Абсолютний розмір перевитрат: $\Delta pq = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = 432 - 335 = =$
97 тис. ум. гр. од., у т. ч. за рахунок змін у собівартості:

$$\Delta p = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 432 - 369 = 63 \text{ тис. ум. гр. од.}$$

8.5. Динаміка вартості медичного страхування в регіональній тур-агенції характеризується даними:

Таблиця 8.5

Туристичні центри	Вартість страхового полісу, гр. од.		Кількість страхових полісів, тис.	
	Базисний період	Поточний період	Базисний період	Поточний період
Країн Європи	15	25	36	48
Країн Америки	28	50	15	20

Визначте:

а) зведений індекс вартості страхового полісу;

б) зведений індекс страхової суми.

Результати проаналізуйте.

Розв'язок:

Для зручності занесемо деякі розрахунки до таблиці:

Таблиця

№	P_0Q_0	P_1Q_1	P_1Q_0
1	540	1220	900
2	420	1000	750
Разом	960	2200	1650

а) зведений індекс вартості:
$$I_p = \frac{\sum_1^n P_1Q_0}{\sum_1^n P_0Q_0} = \frac{1650}{960} = 1,72.$$

Ціна страхового полісу в середньому збільшилися на 72 %.

б) зведений індекс страхової суми:

$$I_{pq} = \frac{\sum_1^n P_1Q_1}{\sum_1^n P_0Q_0} = \frac{2200}{960} = 2,29.$$

Страхова сума зросла на 129 %.

8.6. Витрати на рекламу у пресі двох популярних видань характеризуються змінами:

Таблиця 8.6

Видання	Собівартість 1 рекламного повідомлення за період, ум. гр. од.		Кількість рекламних повідомлень за період	
	Базисний	Поточний	Базисний	Поточний
А	305	550	78	152
Б	130	162	157	200

Визначте зведені індекси:

- собівартості рекламних повідомлень;
- кількості рекламних повідомлень;
- абсолютний розмір перевитрат в цілому та за рахунок збільшення собівартості.

Результати проаналізуйте.

Розв'язок:

Для зручності занесемо деякі розрахунки до таблиці:

Таблиця

Видання	P ₀	P ₁	Q ₀	Q ₁	P ₁ Q ₀	P ₀ Q ₁	P ₁ Q ₁	P ₀ Q ₁
(А)	305	550	78	152	42900	23790	83600	46360
(В)	130	162	157	200	25434	20410	32400	26000
Разом	435	712	235	352	68334	44200	116000	72360

а) зведені індекси собівартості:

$$I_p = \frac{\sum_1^n p_1 q_0}{\sum_1^n p_0 q_0}$$

$I_{p,A} = 42900/23790 = 1,8 \rightarrow$ собівартість рекламної об'яви у видавництві А зросла на 80 %.

$I_{p,B} = 25434/20410 = 1,25 \rightarrow$ собівартість рекламної об'яви у видавництві В зросла на 25 %.

$I_{p,A+B} = 68334/44200 = 1,55 \rightarrow$ в середньому собівартість рекламної об'яви зросла на 55 %.

б) зведені індекси кількості

$$I_q = \frac{\sum_1^n p_1 q_1}{\sum_1^n p_1 q_0}$$

$I_{q,A} = 83600/42900 = 1,95 \rightarrow$ кількість рекламних об'яв у видавництві А зросла на 95 %.

$I_{q,B} = 32400/25434 = 1,27 \rightarrow$ кількість рекламних об'яв у видавництві В зросла на 27 %.

$I_{q,A+B} = 116000/68334 = 1,7 \rightarrow$ в середньому кількість рекламних об'яв зросла на 70 %.

в) Абсолютний розмір перевитрат: $\Delta p q = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = 116000 - 44200 = 71800$ ум. гр. од., у т. ч. за рахунок змін у собівартості: $\Delta p = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 116000 - 72360 = 43640$ ум. гр. од.

8.7. Підсумки торгів пшеницею на аграрних біржах за два порівнянних періоди такі:

Таблиця 8.7

Клас пшениці	Обсяг продажу в періоді, млн гр. од		Індивідуальний індекс цін
	Базисний	Поточний	
3-й	2,8	3,2	1,07
4-й	1,2	0,8	1,04
Разом	4,0	4,0	X

Визначте середньозважений індекс цін та абсолютну зміну товарообігу за рахунок підвищення цін. Результати проаналізуйте.

Розв'язок:

Середньозважений індекс цін:

$$I_p = \frac{\sum_1^n p_1 q_1}{\sum_1^n p_0 q_1} = \frac{\sum_1^n p_1 q_1}{\sum_1^n \frac{p_0 q_0}{i_p}} = \frac{4}{\frac{3,2}{1,07} + \frac{0,8}{1,04}} = 1,064.$$

Абсолютна зміна товарообігу за рахунок підвищення цін:

$\Delta p = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 4 - 3,76 = 0,24$ млн гр. од. (збільшення товарообігу).

8.8. Динаміка виробництва продукції на цукровому заводі представлена даними:

Таблиця 8.8

Вид продукції	Витрати на виробництво, млн гр. од.		Темп приросту фізичного обсягу виробництва, %
	Жовтень	Листопад	
Цукор-пісок	16,0	27,6	+15
Цукор-рафінад	4,0	5,4	+8

Визначте:

- зведений індекс фізичного обсягу виробництва;
- абсолютний приріст грошових витрат на виробництво в цілому та за рахунок зміни фізичного обсягу продукції.

Результати поясніть.

Розв'язок:

Для зручності занесемо деякі розрахунки до таблиці:

Таблиця

Вид продукції	$p_0 q_0$	$p_1 q_1$	i_q
Цукор-пісок	16	27,6	1,15
Цукор-рафінад	4	5,4	1,08
Разом	20	33	—

- зведений індекс обсягу виробництва:

$$I_p = \frac{\sum_1^n p_1 q_1}{\sum_1^n p_1 q_0} = \frac{\sum_1^n p_1 q_1}{\sum_1^n \frac{p_0 q_0}{i_q}} = \frac{33}{\frac{27,6}{1,15} + \frac{5,4}{1,08}} = 1,14.$$

Обсяг виробництва збільшився на 14 %.

б) абсолютне збільшення грошових затрат на виробництво:

$$\Delta pq = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = 33 - 20 = 13 \text{ млн гр. од.}$$

За рахунок збільшення фізичного об'єму продажів:

$$\Delta q = \sum p_1 q_1 - \sum p_1 q_0 = 33 - 29 = 4 \text{ млн гр. од.}$$

8.8. Динаміка витрат праці робітників сільськогосподарського підприємства характеризується даними:

Таблиця 8.8

Продукція	Витрати праці за період, тис. люд-годин		Темп приросту трудомісткості, %
	Базисний	Поточний	
Цукрові буряки	64	78	+20
Картопля	28	33	+10

Визначте:

а) зведені індекси трудомісткості виробництва та продуктивності праці;

б) відносну зміну загальних витрат праці в цілому та за рахунок фізичного обсягу продукції.

Розв'язок:

Для зручності занесемо деякі розрахунки до таблиці:

Таблиця

Продукція	$p_0 q_0$	$p_1 q_1$	i_q
Цукровий буряк	64	78	1,2
Картопля	28	33	1,1
Разом	92	111	-

а) зведений індекс трудомісткості:

$$I_q = \frac{\sum_1^n p_1 q_1}{\sum_1^n p_1 q_0} = \frac{\sum_1^n p_1 q_1}{\sum_1^n \frac{p_1 q_1}{i_q}}.$$

$$I_q = \frac{111}{\frac{78}{1,2} + \frac{33}{1,1}} = 1,17 \text{ (трудомісткість зросла на 17 \%)}.$$

зведений індекс продуктивності праці:

$$I_{\delta}^2 = \frac{\sum_1^n p_1 q_0}{\sum_1^n p_0 q_0} = \frac{\sum_1^n p_1 q_1 / I_q^3}{\sum_1^n p_0 q_0}.$$

$$I_p = \frac{\frac{78}{1,2} + \frac{33}{1,1}}{92} = \frac{95}{92} = 1,03 \text{ (продуктивність праці зросла на 3 \%)}.$$

б) відносна зміна загальних затрат праці загалом:

$$pq = \sum p_1 q_1 : \sum p_0 q_0 = 111 : 92 = 1,2.$$

Відносна зміна за рахунок фізичного об'єму продукції:

$$q = \sum p_1 q_1 : \sum p_1 q_0 = 111 : 95 = 1,17.$$

8.9. Обсяги продажу одягу в фірмовому магазині становили:

Таблиця 8.9

Група товарів	Товарообіг базисного періоду, тис. гр. од.	Індекс фізичного обсягу продажу
Серійні	18	1,240
З будинку моди	5	1,126
Комісійні	7	1,150

Визначте:

а) зведений індекс фізичного обсягу продажу, а також зведений індекс цін за умови, що товарообіг збільшився на 15,2 %;

б) абсолютний приріст товарообігу за рахунок зміни цін.

Результати поясніть.

Розв'язок:

Для зручності занесемо деякі розрахунки до таблиці:

Таблиця

Група товарів	$p_0 q_0$	$i q$
Серійні	18	1,24
Із будинку моди	5	1,126
Комісійні	7	1,15
Разом	30	–

а) зведений індекс фізичного обсягу продажу:

$$I_q = \frac{\sum_1^n p_0 q_1}{\sum_1^n p_0 q_0} = \frac{\sum_1^n p_0 q_0 i_q}{\sum_1^n p_0 q_0} = \frac{18 \cdot 1,24 + 5 \cdot 1,126 + 7 \cdot 1,15}{30} = 1,2.$$

Зведений індекс цін за умови, що товарообіг збільшився на 15,2 %:
 $p_1 q_1 = 30 \cdot 1,152 = 34,56.$

$$I_p = \frac{\sum_1^n p_1 q_1}{\sum_1^n p_0 q_1} = \frac{\sum_1^n p_1 q_1}{\sum_1^n p_0 q_0 i_q} = \frac{34,56}{18 \cdot 1,24 + 5 \cdot 1,126 + 7 \cdot 1,15} = 0,96.$$

Ціни впали в середньому на 4 %.

б) абсолютний приріст товарообігу за рахунок зміни цін:

$\Delta p = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 34,56 - 36 = -1,44$ тис. гр. од. (товарообіг зменшився на 1,44 тис. гр. од., за рахунок падіння ціни на 4 %).

8.10. Динаміка продажу пейджерів на ринку характеризується наступними даними:

Таблиця 8.10

Дилер	Ціна за 1 шт. за період, ум. гр. од.		Об'єм продажу за період, тис. шт.	
	Базисний	Поточний	Базисний	Поточний
А	260	255	3,5	4,2
В	240	215	1,5	3,8
Всього	X	X	5,0	8,0

Визначте:

а) середні ціни на пейджери в базисному та поточному періодах і індекс середніх цін (змінного складу);

б) індекси цін фіксованого складу та структурних зрушень.

Поясніть їх економічний зміст та покажіть взаємозв'язок.

Розв'язок:

а) середні ціни на пейджери в базисному та поточному періодах:

$$\bar{x}_0 = \frac{260 \cdot 3,5 + 240 \cdot 1,5}{5} = 254.$$

$$\bar{x}_1 = \frac{255 \cdot 4,2 + 215 \cdot 3,8}{8} = 236.$$

індекс середніх цін змінного складу:

$$I = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} / \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \frac{255 \cdot 4,2 + 215 \cdot 3,8}{8} : \frac{260 \cdot 3,5 + 240 \cdot 1,5}{5} = 0,93,$$

(за рахунок змін обох факторів середня ціна зменшилася на 7 %).

б) індекс цін фіксованого складу:

$$I_x = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} / \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} = \frac{236}{250,5} = 0,942, \quad (\text{середня ціна впала на } 6 \%)$$

через зміни у факторній ознаці),

індекс цін структурних зрушень:

$$I_d = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} / \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \frac{250,5}{254} = 0,986, \quad (\text{середня ціна впала на } 2 \%)$$

через зміни в обсягах продажу, а самк їх збільшення).

Взаємозв'язок індексів.

$$I_x = I_x \cdot I_d = 0,942 \cdot 0,986 = 0,93.$$

8.11. Динаміка ефективності виробничо-фінансової діяльності малих підприємств з різною формою власності характеризується наступними даними:

Таблиця 8.11

Форма власності	Витрати на виробництво, у співставних цінах, гр. од.		Окупність витрат на виробництво, %	
	Базисний період	Поточний період	Базисний період	Поточний період
Державна	45	70	30	26
Колективна	450	580	28	32
Приватна	325	800	32	38
Разом	820	1450	30	35

Визначте індекси середньої окупності виробничих витрат: змінного складу, фіксованого складу, структурних зрушень. Поясніть їх економічний склад, покажіть взаємозв'язок.

Розв'язок:

Індекс змінного складу середньої окупності витрат:

$$I = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} / \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} =$$

$$\frac{26 \cdot 70 + 32 \cdot 580 + 38 \cdot 800}{1450} \div \frac{30 \cdot 45 + 28 \cdot 450 + 32 \cdot 325}{820} = \frac{35,02}{29,7} = 1,18.$$

У середньому в поточному періоді окупність виробничих витрат збільшилася на підприємствах усіх видів власності на 18 %.

Індекс фіксованого складу середньої окупності витрат:

$$I_x = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} / \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} = \frac{35,02}{30,3} = 1,16 \quad - \quad \text{за рахунок збільшення}$$

окупності виробничих витрат у підприємствах кожної форми власності, тобто в кожній групі підприємств, окупність витрат у цілому збільшилася на 16 %.

Індекс структурних зрушень середньої окупності витрат:

$$I_d = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} / \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \frac{30,3}{29,7} = 1,02 \quad - \quad \text{за рахунок збільшення частки}$$

приватних підприємств, в яких найвищий відсоток окупності витрат, у сукупності окупність витрат зросла на 2 %.

Взаємозв'язок індексів:

$$I_x = I_x \cdot I_d = 1,16 \cdot 1,02 = 1,18.$$

8.12. Динаміка депозитних процентних ставок для фізичних та юридичних осіб характеризується наступними даними:

Таблиця 8.12

Вкладники	Сума залучених депозитів, тис. гр. од.		Середня депозитна ставка %	
	Базисний період	Поточний період	Базисний період	Поточний період
Юридичні	820	950	40	26
Фізичні	180	450	25	20

Визначте:

- середню депозитну ставку в базисному та поточному періодах;
- індекси середньої депозитної ставки: змінного складу, фіксованого складу та структурних зрушень.

Розв'язок:

- середня депозитна ставка в базисному періоді:

$$\bar{d} = \frac{40 \cdot 820 + 25 \cdot 180}{1000} = 37,3\%,$$

- середня депозитна ставка в поточному періоді:

$$\bar{d} = \frac{26 \cdot 950 + 20 \cdot 450}{1400} = 24,07\%,$$

- індекс змінного складу середньої депозитної ставки:

$$I = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} / \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \frac{24,07}{37,3} = 0,65 \quad - \quad \text{в поточному періоді депозитна}$$

ставка в середньому зменшилась на 35 %.

Індекс фіксованого складу середньої депозитної ставки:

$$I_x = \frac{\sum x_1 f_1 / \sum x_0 f_1}{\sum f_1 / \sum f_0} = \frac{24,07}{35,2} = 0,68 - \text{за рахунок зменшення}$$

депозитних ставок по всіх видах вкладів середня депозитна ставка в цілому по сукупності в поточному періоді зменшилась на 32 %.

Індекс структурних зрушень середньої депозитної ставки:

$$I_d = \frac{\sum x_0 f_1 / \sum x_0 f_0}{\sum f_1 / \sum f_0} = \frac{24,07}{37,3} = 0,94 - \text{за рахунок збільшення суми}$$

залучених коштів від населення, за якими депозитна ставка є нижчою, середня депозитна ставка в цілому по сукупності зменшилась на 6 %.

8.13. За наведеними даними в таблиці визначте територіальні індекси продуктивності праці змінного та фіксованого складу, поясніть їх економічний зміст, особливості розрахунку.

Таблиця 8.13

Галузь	Продуктивність праці на одного робітника		Галузева структура робітників за регіонами, %		
	А	В	А	В	В середньому по двох регіонах, АВ
Видобувна	32	35	40	20	30
Переробна	35	72	60	80	70
У цілому	51,8	64,6	100	100	100

Розв'язок:

Територіальний індекс продуктивності праці змінного складу:

$$I_x = \frac{\sum x_A f_A / \sum x_B f_B}{\sum f_A / \sum f_B} = \frac{40 \cdot 32 + 60 \cdot 65}{100} : \frac{35 \cdot 20 + 72 \cdot 80}{100} = 0,8,$$

середня продуктивність у регіоні А на 20 % нижча, від середньої продуктивності у регіоні В.

Територіальний індекс продуктивності праці фіксованого складу:

$$I_x = \frac{\sum x_A f^{AB} / \sum x_B f^{AB}}{\sum f^{AB} / \sum f^{AB}} = \frac{32 \cdot 30 + 65 \cdot 70}{100} : \frac{35 \cdot 30 + 72 \cdot 70}{100} = 0,9, \quad \text{за}$$

умов, що галузева структура робітників за регіонами стандартна, середня продуктивність у регіоні А на 10 % є нижчою, від продуктивності в регіоні В.