4. Лінійні, квадратичні та ентропійні індекси нечіткості

Визначимо звичайну чітку множину $\underline{A} \subset \mathbf{E}$, що є найближчою до нечіткої множини $\underset{\sim}{A} = (a_1, a_2, a_3)$, яка представлена на рис. 15. Характеристична функція $\mu_{\underline{A}}(x_i)$ чіткої множини $\underline{A} \subset \mathbf{E}$ визначається [22, 29] наступним чином:

$$\mu_{\underline{A}}(x_i) = \begin{cases} 0, \text{ при } \mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i) < 0,5 \\ 1, \text{ при } \mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i) > 0,5 \\ 0 \text{ або } 1, \text{ при } \mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i) = 0,5 \end{cases}. \tag{4.1}$$

Як правило приймають $\mu_{\underline{A}}(x_i) = 0$, якщо $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i) = 0,5$.

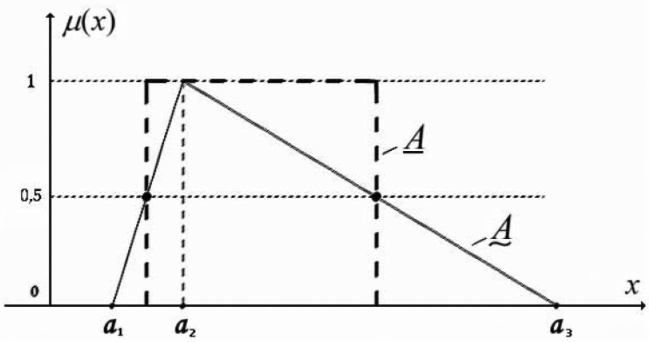

Рис. 15. Нечітка множина $\underset{\sim}{A}$ та найближча чітка множина $\underline{A}$

Лінійний індекс нечіткості визначається за формулою

$$d_l(\underset{\sim}{A}) = \frac{2}{n}\rho(\underset{\sim}{A}, \underline{A}), \tag{4.2}$$

де $\rho(\underset{\sim}{A}, \underline{A})$ – лінійна Хемінгова відстань, що визначається, наприклад, для лінійної оцінки відстані між двома нечіткими множинами $\underset{\sim}{A}$ та $\underset{\sim}{B}$ таким чином:

$$\rho(\underset{\sim}{A}, \underset{\sim}{B}) = \sum_{i=1}^{n} \left| \mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i) - \mu_{\underset{\sim}{B}}(x_i) \right|. \tag{4.3}$$

Множник $\frac{2}{n}$ у виразі (4.2) забезпечує виконання умови $0 \le d_l(\underset{\sim}{A}) \le 1$.

Квадратичний індекс нечіткості визначається за формулою

$$d_q(\underset{\sim}{A}) = \frac{2}{\sqrt{n}} \varepsilon(\underset{\sim}{A}, \underline{A}), \tag{4.4}$$

де $\varepsilon(\underset{\sim}{A}, \underline{A})$ – квадратична Евклідова відстань, що визначається, наприклад, для квадратичної оцінки відстані між двома нечіткими множинами $\underset{\sim}{A}, \underset{\sim}{B}$ таким чином:

$$\varepsilon(\underset{\sim}{A}, \underset{\sim}{B}) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i) - \mu_{\underset{\sim}{B}}(x_i)\right)^2}; \tag{4.5}$$

$$\varepsilon(\underset{\sim}{A}, \underline{A}) \in \left[0, \sqrt{n}\right];$$

$$0 \le d_q(\underset{\sim}{A}) \le 1.$$

Ентропія НЧТ $H\left(\pi_{\underset{\sim}{A}}(x_1), \pi_{\underset{\sim}{A}}(x_2), ..., \pi_{\underset{\sim}{A}}(x_n)\right)$ визначається наступним чином:

$$H\left(\pi_{\underset{\sim}{A}}(x_1), \pi_{\underset{\sim}{A}}(x_2), ..., \pi_{\underset{\sim}{A}}(x_n)\right) = -\frac{1}{\ln(n)} \sum_{i=1}^{n} \left(\pi_{\underset{\sim}{A}}(x_i) \cdot \ln\left(\pi_{\underset{\sim}{A}}(x_i)\right)\right), \tag{4.6}$$

де

$$\pi_{\underset{\sim}{A}}(x_i) = \frac{\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i)}{\sum_{i=1}^{n} \mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i)}. \tag{4.7}$$

При виконанні курсового проекту в формулах (4.2)-(4.7) слід вибирати $n > 10$.

На основі виразів (4.3)-(4.7) для аналізу результуючих нечітких трикутних чисел, що відповідають найкращим рішенням, доцільно побудувати графіки залежностей (4.8)-(4.11):

– $l(i)$, де $l(i) = \left|\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i) - \mu_{\underset{\sim}{B}}(x_i)\right|$; (4.8)

– $Q(i)$, де $Q(i) = \left(\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i) - \mu_{\underset{\sim}{B}}(x_i)\right)^2$; (4.9)

– $\pi_{\underset{\sim}{A}}(x_i)$, де $\pi_{\underset{\sim}{A}}(x_i) = \frac{\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i)}{\sum_{i=1}^{n} \mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i)}$; (4.10)

– $h(i)$, де $h(i) = \pi_{\underset{\sim}{A}}(x_i) \cdot \ln\left(\pi_{\underset{\sim}{A}}(x_i)\right)$. (4.11)