

4. Знаходження значень функції в крайових точках: $t_j = j \cdot \tau$, $V_0^j = \psi_1(t_j)$; $V_{NX}^j = \psi_2(t_j)$.

5. Якщо $J > 1$, то переходимо на пункт 7

6. Формування матриці коефіцієнтів A_{ij} та її розкладання на нижню трикутну матрицю L і верхню трикутну матрицю U

7. Знаходження вектора вільних членів: $b_i = -V_i^{j-1}$, $b_1 = -V_1^{j-1} - \lambda V_0^j$, $b_{NX-1} = -U_1^{j-1} - \lambda U_{NX}^j$.

8. Отримання розв'язку системи рівнянь $AX=B$

Оскільки $A=L \cdot U$, то $L \cdot U \cdot X=B$. Позначимо $UX=Z$, тоді $LZ=B$. Завдяки нижньотрикутній формі матриці L легко знайти Z ; $z_1 = b_1/l_{11}$

, $i=2, \dots, NX-1$

Тепер за допомогою верхньотрикутної матриці U можна знайти X , $x_{NX-1} = z_{NX-1}$

, $i=NX-2, \dots, 1$

9. Якщо $J=NT$, то кінець, інакше $J=J+1$ та йдемо на п.4.

Алгоритм розв'язання хвильового рівняння

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0 \quad \text{Хвильове рівняння має вигляд :}$$

$$\frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{h_x^2} + \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{h_y^2} = 0$$

де: $u_1(t)$ - крайові умови у точці $X=0$ в залежності від часового шару,
 $\psi_2(t)$ - крайові умови у точці $X=Nx \cdot h_x$ в залежності від часового шару,
 $\varphi_1(X_i)$ - значення шуканої функції у початковому шарі по часу,
 $\varphi_2(X_i)$ - значення похідної шуканої функції у

$$u_{i,j} = \frac{1}{2(1 + \alpha^2)} \left[(u_{i,j+1} + u_{i,j-1}) \cdot \alpha^2 + (u_{i+1,j} + u_{i-1,j}) \right]$$

початковому шарі по часу.

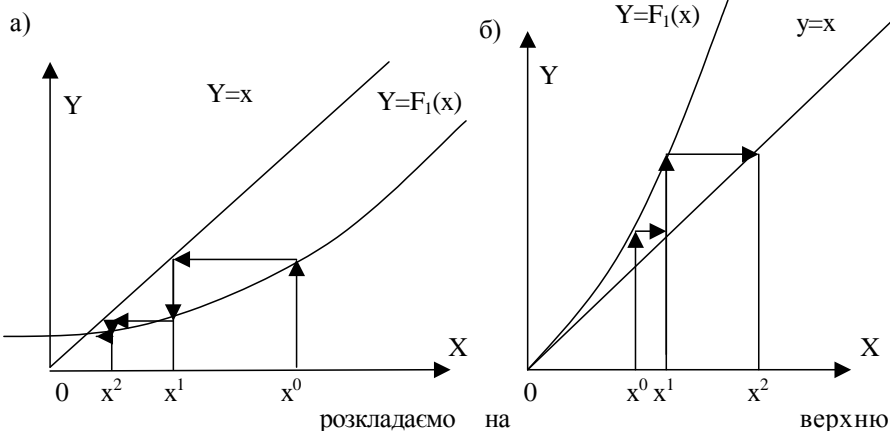
При зображенні похідних різницями і використанні явно-неявної чисельної схеми інтегрування маємо:

У результаті маємо таку систему алгебраїчних рівнянь на кожному J-му часовому шарі:

$i=2..NX-1$.

Це лінійна система алгебраїчних рівнянь, яку розв'язуємо методом LU-розкладання, але матрицю коефіцієнтів

$$\left| \frac{d F_1(x)}{dx} \right| < 1$$



розкладаємо на верхню трикутну U та нижню трикутну L тільки 1 раз на другому часовому шарі. При переході на 3,4... часові шари використовуємо матриці L,U, які ми вже отримали, підставляючи тільки нові значення вільних членів.

Внаслідок того, що в хвильовому рівнянні ми маємо другу похідну по часу, то розрахунки починаємо з другого часового шару, використовуючи значення

$$F_1(U_{i,j}) = \frac{1}{2(1 + \alpha^2)} \left[(U_{i,j+1} + U_{i,j-1}) \cdot \alpha^2 + (U_{i+1,j} + U_{i-1,j}) \right]$$

функції у початковому (нульовому) шарі і в першому часовому шарі. Для того, щоб отримати значення шуканої функції у

першому часовому шару використовуємо похідну у початковому (нульовому) шарі по часу, яка входить у початкові умови:

$$x_i = i \cdot h, \quad V_i^0 = j_1(X_i), \quad V_i^1 = V_i^0 + t \cdot j_2(X_i), \quad \text{де } i=0 \dots NX.$$

Алгоритм розв'язання хвильового рівняння має такий вигляд:

1. Звдання **NT, NX, h, t, l, f₁(x), f₂(x), y₁(t), y₂(t)**.
2. Заповнення нульового шару по часу: $x_i = i \cdot h$; $V_i^0 = f(x_i)$
3. Знаходження значень функції в першому часовому шарі: $x_i = i \cdot h$, $V_i^1 = V_i^0 + t \cdot j_2(X_i)$, де $i=0 \dots NX$.
4. $J=2$
5. Знаходження значень функції в крайових точках: $t_j = j \cdot t$, $V_0^j = y_1(t_j)$; $V_{NX}^j = y_2(t_j)$.
6. Якщо $J > 2$, то переходимо на пункт 8.
7. Формування матриці коефіцієнтів A_{ij} та її розкладання на нижню трикутну матрицю **L** і верхню трикутну матрицю **U**

8. Знаходження вектора вільних членів на j -ому часовому шарі:

$$b_i = (1+2l) \cdot V_i^{j-2} - l(V_{i+1}^{j-2} + V_{i-1}^{j-2}) - 2 \cdot V_i^{j-1}$$

$$b_0 = (1+2l) \cdot V_0^{j-2} - l(V_1^{j-2} + V_{-1}^{j-2}) - 2 \cdot V_0^{j-1} - lV_0^j,$$

$$b_{NX-1} = (1+2l) \cdot V_{NX-1}^{j-2} - l(V_{NX}^{j-2} + V_{NX-2}^{j-2}) - 2 \cdot V_{NX-1}^{j-1} - lV_{NX-1}^j.$$

1. Отримання рішення системи рівнянь **AX=B**

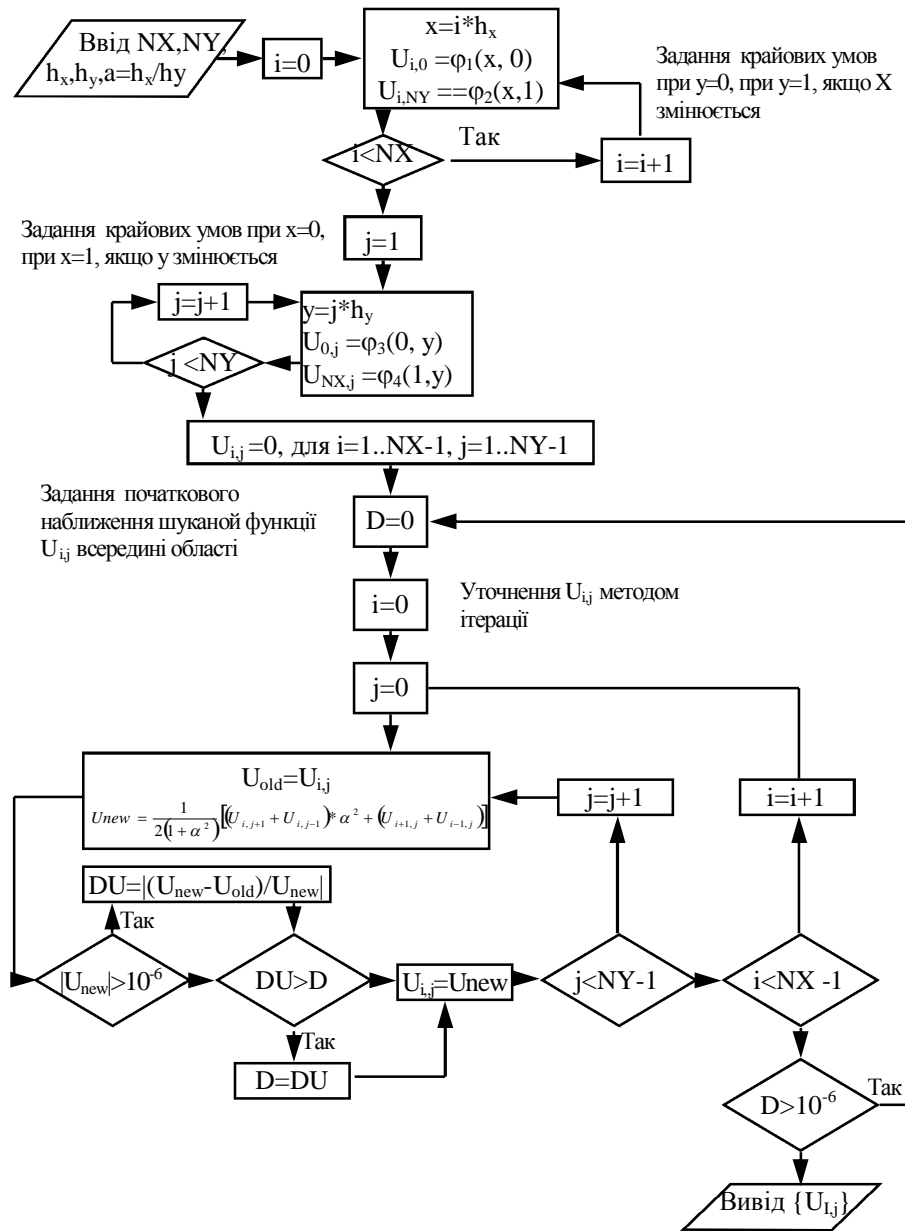
Оскільки $A=L \cdot U$, то $L \cdot U \cdot X=B$. Позначимо $UX=Z$, тоді $LZ=B$. Завдяки нижньотрикутній формі матриці **L** легко знайти **Z**; $z_1 = b_1/l_{11}$

$$, i=2, \dots, NX-1$$

Тепер за допомогою верхньотрикутної матриці **U** можна знайти **X**, $x_{NX-1} = z_{NX-1}$

$$, i=NX-2, \dots, 1$$

1. Якщо $J=NT$, то кінець, інакше $J=J+1$ та йдемо на п.5.



Фіг.18. Блок-схема алгоритму.