УДК 629.12.01

Дихта Л.М., Пащенко А.Ю.

Гідродинамічна задача про визначення ударних навантажень, що діють на шпангоутний контур судна типу “Глибоке V”

Поступальний рух судна типу “глибоке V” на хвилях є одним з найбільш несприятливих з точки зору міцності та мореплавних якостей, оскільки супроводжується ударними гідродинамічними навантаженнями, що діють в шпангоутних перерізах судна. Визначення вказаних навантажень може бути проведено за методом плоских перерізів на основі розв’язку двовимірної крайової задачі про удар плаваючого на вільній поверхні рідини шпангоутного контура *C* як абсолютно твердого тіла з трьома ступенями свободи.

Розмістимо початок зв’язаної з контуром *C* системи декартових координат *oyz* в точці перетину вертикальної осі симетрії контура *C* з вільною поверхнею рідини в стані рівноваги, а осі *oy* та *oz* направимо відповідно вправо по вказаній поверхні та вертикально вгору.

При загальновідомих в гідродинамічній теорії хитавиці суден припущеннях [2, 3] згадана крайова задача може бути сформульована стосовно кожного з одиничних потенціалів φ_k в кірхгофівському представленні потенціала φ збуреного руху рідини:

$$\varphi = \dot{\zeta}_2\,\varphi_2 + \dot{\zeta}_3\,\varphi_3 + \dot{\zeta}_4\,\varphi_4,$$

де – ζ_j складові лінійної (індекс j = 2, 3) та кутової (j = 4) швидкості контура *C*; точка над символом означає похідну відповідної величини за часом t.

В занятій рідиною зовнішній відносно шпангоутного контура *C* нижній напівплощині *oyz* визначити функцію φ_k, k = 2, 3, 4, як розв’язок крайової задачі для рівняння

$$\frac{\partial^2\varphi_k}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi_k}{\partial z^2} = 0,$$

при граничних умовах:

$\varphi_k = 0$ при $z = 0$;

$$|\mathrm{grad}\ \varphi_k| \to 0 \quad \text{при} \quad r = \sqrt{y^2 + z^2} \to \infty;$$

$$\frac{\partial\varphi_k}{\partial n} = f_k \qquad \text{на контурі } C,$$

де $\boldsymbol{n}$ – орт зовнішньої нормалі до контура *C*,

$$f_2 = \cos(n, y), \quad f_3 = \cos(n, z),$$
$$f_4 = y\cos(n, z) - z\cos(n, y).$$

Розв’язок сформульованої задачі будується методом функції Гріна в поєднанні з конформним перетворенням області течії – зовнішність дубльованого відносно осі *oy* контура *C* в комплексній $x = y + iz$ – площині – на зовнішність одиничного круга в параметричній $\zeta = \eta + i\zeta$ – площині.

Згадана функція Гріна має вигляд (через змінні параметричної площини)

$$G = -\frac{1}{2}\ln\frac{\xi-\xi_*}{\xi-\bar{\xi}_*}\cdot\frac{\bar{\xi}-\bar{\xi}_*}{\bar{\xi}-\xi_*}\cdot\frac{\xi-1/\bar{\xi}_*}{\xi-1/\xi_*}\cdot\frac{\bar{\xi}-1/\xi_*}{\bar{\xi}-1/\bar{\xi}_*},$$

де – ξ_* особлива точка, а горизонтальна риска означає комплексно спряжену величину.

Контур шпангоута *C* для судна типу “глибоке V” разом з дзеркальним відображенням відносно осі *oy* утворює замкнений опуклий восьмикутник; тому функція, яка здійснює конформне відображення зовнішності восьмикутника на зовнішність одиничного круга, визначається інтегралом Шварца-Крістоффеля [1]

$$x = C_1\int_1^{\xi} Q(\xi)\frac{\partial\xi}{\xi^2} + C_2;$$

$$Q(\xi) = (\xi^2-1)^{\mu}(\xi^2+1)^{\nu}(\xi^4 + 2\xi^2\cos 2\alpha + 1)^{\lambda},$$

де C_1, C_2 та α – так звані константи інтеграла, а μ, ν, λ – показники степенів, які визначаються через зовнішні кути трьох послідовних вершин восьмикутника, перша з яких розміщується на дійсній осі, друга – на уявній осі ξ площини, а третя – між ними (наприклад, $\lambda = (\beta - \pi) / \pi$, β – зовнішній кут).

Сталу C_2 можна покласти рівною нулю; C_1 – масштабний множник, рівний, наприклад, довжині однієї з сторін восьмикутника, а кут α визначається як корінь нелінійного рівняння

$$I_1 / I_2 = l_1 / l_2,$$

$$I_1 = (\sin\alpha)^{\mu+2\lambda}\int_0^1 \tau^{\mu}(1-\tau^2)^{\lambda}(1-\tau^2\sin^2\alpha)^{\frac{\nu-1}{2}}\partial\tau,$$

$$I_1 = (\cos\alpha)^{\nu+2\lambda}\int_0^1 \tau^{\nu}(1-\tau^2)^{\lambda}(1-\tau^2\cos^2\alpha)^{\frac{\mu-1}{2}}\partial\tau,$$

де l_1, l_2 – довжини сторін восьмикутника, які з'єднують три згадані вершини.

Щоб отримати вирази для функцій φ_k, $k = 2, 3, 4$, треба представити контурні на контурі C значення величин y, z та

$$\frac{1}{2}\left(y^2+z^2\right)=\frac{1}{2}|x|^2$$

як функції параметричної змінної $\xi = e^{i\theta}$; поклавши в представленні функції Гріна $\xi_* = e^{i\theta}$ проінтегрувати по контуру, тобто по відрізку $[-\pi, 0]$:

$$\varphi_2 = \frac{1}{2\pi}\int_C zdG = \frac{2}{\pi}iC_1\sum_{m=1}^{\infty} b_m\left(\frac{1}{\xi^{2m}}-\frac{1}{\bar{\xi}^{2m}}\right);$$

$$\varphi_3 = -\frac{1}{2\pi}\int_C ydG = \frac{i}{2}C_1\sum_{m=1}^{\infty} y_m\left(\frac{1}{\xi^{2m+1}}-\frac{1}{\bar{\xi}^{2m+1}}\right);$$

$$\varphi_4 = -\frac{1}{4\pi}\int_C |x|^2 dG = -\frac{1}{4}iC_1^2\sum_{m=1}^{\infty} \gamma_m\left(\frac{1}{\xi^{2m}}-\frac{1}{\bar{\xi}^{2m}}\right);$$

$$b_m = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2n+1)z_n}{(2n+1)^2+(2m)^2};$$

$$x = y+iz = C_1\sum_{m=0}^{\infty} y_m\cos(2m+1)\theta$$

$$+iC_1\sum_{m=0}^{\infty} z_m\sin(2m+1)\theta;$$

$$|x|^2 = C_1^2(\gamma_0 + 2\sum_{m=1}^{\infty}\gamma_m\cos 2m\theta).$$

При заданих значеннях потенціалів φ_k неважко знайти і приєднані маси контура C (ρ – масова густина рідини):

$$\mu_{22} = \rho\frac{16}{\pi}C_1^2\sum_{m=1}^{\infty} mb_m^2;$$

$$\mu_{24} = -\rho 4C_1^2\sum_{m=1}^{\infty} mb_m\gamma_m;$$

$$\mu_{33} = \rho\frac{\pi}{2}C_1^2\sum_{m=0}^{\infty}(2m+1)y_m^2;$$

$$\mu_{44} = \rho\pi C_1^4\sum_{m=1}^{\infty} m\gamma_m^2,$$

через які за відомими [2, 3] формулами виражаються гідродинамічні реакції, що діють на контур C.

Література

1. Канторович Л.В., Крылов В.И. Приближенные методы высшего анализа. – М.; Л.: ГИФМЛ, 1962. – 708 с.
2. Ремез Ю.В. Качка корабля. – Л.: Судостроение, 1983. – 327 с.
3. Хаскинд М.Д. Гидродинамическая теория качки корабля. – М.: Наука, 1973 – 327 с.