УДК 629.12.01

Дихта Л.М. д-р техн. наук, професор кафедри фізико-математичних наук МФ НаУКМА;
Пащенко А.Ю. Аспірант кафедри теорії та проектування суден Українського державного морського технічного університету;

Дихта Леонід Михайлович , 1941 р.н. Доктор технічних наук, професор кафедри теорії та проектування суден Українського державного морського технічного університету. Сфера наукових інтересів – корабельна гідродинаміка.

Пащенко Андрій Юрійович , 1973 р.н. Аспірант кафедри теорії та проектування суден Українського державного морського технічного університету. Сфера наукових інтересів – гідродинаміка хитавиці швидкісних суден.

Гідродинамічна задача про визначення ударних навантажень, що діють на шпангоутний контур судна типу “Глибоке V”

При загальновідомих в теорії удару плаваючих тіл припущеннях розглянуто крайову задачу про збурений рух ідеальної нестисливої рідини, викликаний миттєвою зміною швидкості шпангоутного контуру судна типу “глибоке V” як абсолютно твердого тіла з трьома ступенями свободи. Розв’язок вказаної задачі здійснюється за допомогою потужних методів теорії функцій комплексної змінної, які грунтуються на використанні принципу симетрії Шварца в поєднанні з конформним перетворенням областей. Одержаний розв’язок дає змогу обчислити приєднані маси шпангоутного контуру, через які визначаються і діючі на контур гідродинамічні реакції навколишньої рідини.

Under well-known assumptions of the floating bodies impact theory a boundary-value problem is considered to determine the inviscid incompressible fluid’s disturbed motion due to instantly arisen velocity of “Deep Vee” ship’s cross-section as a rigid body. The solution of the problem mentioned is obtained by using the function theory of complex variables powerful techniques based on Schwarz’s symmetry principle in connection with the conformal mapping. This solution permits to calculate the considered contour’s added mass coefficients and thus to determine the surrounded fluid hydrodynamic forces applied.

хвилях є одним з найбільш несприятливих з точки зору міцності та мореплавних якостей, оскільки супроводжується ударними гідродинамічними навантаженнями, що діють в шпангоутних перерізах судна. Визначення вказаних навантажень може бути проведено за методом плоских перерізів на основі розв’язку двовимірної крайової задачі про удар плаваючого на вільній поверхні рідини шпангоутного контура *C* як абсолютно твердого тіла з трьома ступенями свободи.

Розмістимо початок зв’язаної з контуром *C* системи декартових координат *oyz* в точці перетину вертикальної осі симетрії контура *C* з вільною поверхнею рідини в стані рівноваги, а осі *oy* та *oz* направимо відповідно вправо по вказаній поверхні та вертикально вгору.

При загальновідомих в гідродинамічній теорії хитавиці суден припущеннях [2, 3] згадана крайова задача може бути сформульована стосовно кожного з одиничних потенціалів φ_k в кірхгофівському представленні потенціала φ збуреного руху рідини:

$$\varphi = \dot{\zeta}_2\,\varphi_2 + \dot{\zeta}_3\,\varphi_3 + \dot{\zeta}_4\,\varphi_4,$$

де – ζ_j складові лінійної (індекс j = 2, 3) та кутової (j = 4) швидкості контура *C*; точка над символом означає похідну відповідної величини за часом t.

В занятій рідиною зовнішній відносно шпангоутного контура *C* нижній напівплощині *oyz* визначити функцію φ_k, k = 2, 3, 4, як розв’язок крайової задачі для рівняння

$$\frac{\partial^2\varphi_k}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi_k}{\partial z^2} = 0,$$

при граничних умовах:

$\varphi_k = 0$ при $z = 0$;

$$|\mathrm{grad}\ \varphi_k| \to 0 \ \text{при} \ \ r = \sqrt{y^2 + z^2} \to \infty;$$

$$\frac{\partial\varphi_k}{\partial n} = f_k \qquad \text{на контурі } C,$$

де $\boldsymbol{n}$ – орт зовнішньої нормалі до контура *C*,

$$f_2 = \cos(n, y), \quad f_3 = \cos(n, z),$$
$$f_4 = y\cos(n, z) - z\cos(n, y).$$

Розв’язок сформульованої задачі будується методом функції Гріна в поєднанні з конформним перетворенням області течії – зовнішність дубльованого відносно осі *oy* контура *C* в комплексній $x = y + iz$ – площині – на зовнішність одиничного круга в параметричній $\zeta = \eta + i\zeta$ – площині.

Згадана функція Гріна має вигляд (через змінні параметричної площини)

$$G = -\frac{1}{2}\ln\frac{\xi-\xi_*}{\xi-\overline{\xi}_*}\cdot\frac{\overline{\xi}-\overline{\xi}_*}{\overline{\xi}-\xi_*}\cdot\frac{\xi-1/\overline{\xi}_*}{\xi-1/\xi_*}\cdot\frac{\overline{\xi}-1/\xi_*}{\overline{\xi}-1/\overline{\xi}_*},$$

де – ξ_* особлива точка, а горизонтальна риска означає комплексно спряжену величину.

Контур шпангоута *C* для судна типу "глибоке V" разом з дзеркальним відображенням відносно осі *oy* утворює замкнений опуклий восьмикутник; тому функція, яка здійснює конформне відображення зовнішності восьмикутника на зовнішність одиничного круга, визначається інтегралом Шварца-Крістоффеля [1]

$$x = C_1\int_1^{\xi} Q(\xi)\frac{\partial\xi}{\xi^2} + C_2;$$

$$Q(\xi) = (\xi^2-1)^{\mu}(\xi^2+1)^{\nu}(\xi^4+2\xi^2\cos 2\alpha+1)^{\lambda},$$

де C_1, C_2 та α – так звані константи інтеграла, а μ, ν, λ – показники степенів, які визначаються через зовнішні кути трьох послідовних вершин восьмикутника, перша з яких разміщується на дійсній осі, друга – на уявній осі ξ площини, а третя – між ними (наприклад, $\lambda = (\beta - \pi)/\pi$, β – зовнішній кут).

Сталу C_2 можна покласти рівною нулю; C_1 – масштабний множник, рівний, наприклад, довжині однієї з сторін восьмикутника, а кут α визначається як корінь нелінійного рівняння

$$I_1 / I_2 = l_1 / l_2,$$

$$I_1 = (\sin\alpha)^{\mu+2\lambda}\int_0^1 \tau^{\mu}(1-\tau^2)^{\lambda}(1-\tau^2\sin^2\alpha)^{\frac{\nu-1}{2}}\partial\tau,$$

$$I_1 = (\cos\alpha)^{\nu+2\lambda}\int_0^1 \tau^{\nu}(1-\tau^2)^{\lambda}(1-\tau^2\cos^2\alpha)^{\frac{\mu-1}{2}}\partial\tau,$$

де l_1, l_2 – довжини сторін восьмикутника, які з'єднують три згадані вершини.

Щоб отримати вирази для функцій φ_k, k = 2, 3, 4, треба представити контурні на контурі *C* значення величин *y*, *z* та

$$\frac{1}{2}\left(y^2+z^2\right) = \frac{1}{2}|x|^2$$

як функції параметричної змінної $\xi = e^{i\theta}$; поклавши в

$$\varphi_2 = \frac{1}{2\pi}\int_C zdG = \frac{2}{\pi}iC_1\sum_{m=1}^{\infty} b_m\left(\frac{1}{\xi^{2m}} - \frac{1}{\overline{\xi}^{2m}}\right);$$

$$\varphi_3 = -\frac{1}{2\pi}\int_C ydG = \frac{i}{2}C_1\sum_{m=1}^{\infty} y_m\left(\frac{1}{\xi^{2m+1}} - \frac{1}{\overline{\xi}^{2m+1}}\right);$$

$$\varphi_4 = -\frac{1}{4\pi}\int_C |x|^2 dG = -\frac{1}{4}iC_1^2\sum_{m=1}^{\infty} \gamma_m\left(\frac{1}{\xi^{2m}} - \frac{1}{\overline{\xi}^{2m}}\right);$$

$b_m = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2n+1)z_n}{(2n+1)^2+(2m)^2}$; представленні функції Гріна $\xi_* = e^{i\theta}$

$$x = y + iz = C_1\sum_{m=0}^{\infty} y_m\cos(2m+1)\theta$$

$$+ iC_1\sum_{m=0}^{\infty} z_m\sin(2m+1)\theta;$$

$$|x|^2 = C_1^2(\gamma_0 + 2\sum_{m=1}^{\infty}\gamma_m\cos 2m\theta).$$

проінтегрувати по контуру, тобто по відрізку [- π, 0]:

При заданих значеннях потенціалів φ_k неважко знайти і приєднані маси контура *C* (ρ – масова густина рідини):

$$\mu_{22} = \rho\frac{16}{\pi}C_1^2\sum_{m=1}^{\infty} mb_m^2;$$

$$\mu_{24} = -\rho 4C_1^2\sum_{m=1}^{\infty} mb_m\gamma_m;$$

$$\mu_{33} = \rho\frac{\pi}{2}C_1^2\sum_{m=0}^{\infty}(2m+1)y_m^2;$$

$$\mu_{44} = \rho\pi C_1^4\sum_{m=1}^{\infty} m\gamma_m^2,$$

через які за відомими [2, 3] формулами виражаються гідродинамічні реакції, що діють на контур *C*.

Література

1. Канторович Л.В., Крылов В.И. Приближенные методы высшего анализа. – М.; Л.: ГИФМЛ, 1962. – 708 с.
2. Ремез Ю.В. Качка корабля. – Л.: Судостроение, 1983. – 327 с.
3. Хаскинд М.Д. Гидродинамическая теория качки корабля. – М.: Наука, 1973 – 327 с.