

9. МЕТОД ОПТИМІЗАЦІЇ ПЕРЕВЕЗЕННЯ КІЛЬКОХ РІЗНИХ ТОВАРІВ З НЕЧІТКИМ ВИЗНАЧЕННЯМ ВАНТАЖІВ

9.1. Загальні визначення

Вважаємо, що транспортне підприємство-постачальник має кілька місць, з кожного з яких користувачам постачається різна продукція. З деякими користувачами укладені угоди про перевезення продукції у заданій кількості, а деякі товари можна вільно купувати без попередніх угод і постачати користувачам без попередніх обмежень. Виникає потреба визначення кількості закуплених різних товарів з метою повного завантаження транспорту, визначення максимального прибутку та розгляду можливостей програмування прибутку.

Здавалося б, що кожний транспорт у місці відправки має просто довантажуватись товарами, які дають найбільший прибуток, бо однаковий товар у одного й того ж користувача повинен мати однакову ціну, а з якого місця цей товар отримується користувачем – справа другорядна.

Це дійсно так, але часто на практиці виникає ряд ускладнень у зв'язку з різницею в цінах за однаковий товар у різних місцях внаслідок якості та сортності товару, поточних цін на ринку (які щоденно можуть змінюватись), відмінності цін для різних фірм. Тому для різних місць ціна за однаковий за назвою і навіть за якістю товар може бути різною і, відповідно, різним може бути прибуток за цей товар. І у користувача ціна за однаковий за назвою товар може бути різною в залежності від якості товару, сорту, виробника товару, поточного стану на місцевому ринку. Усе це безпосередньо впливає на прибуток. ЕОМ може допомогти у розв'язанні подібних задач.

Подібна задача повинна мати обмеження щодо *об'єму перевезень*. Наприклад, якщо транспортне підприємство-постачальник має можливість перевезти користувачам не більше за конкретну загальну вагу товарів, то одночасно й у користувачів є обмеження по загальній отриманій вазі. Аналогічним чином можна не обмежувати загальну вагу з боку постачальників, а обмежувати її лише з боку користувачів.

В цій задачі не може бути лише такого положення: і з боку постачальника немає обмеження на відправку товару, й так само з

боку користувачів немає обмежень на вагу отриманого товару. Тоді задача не розв'язується, бо теоретично постачальник може поставити, а користувач – прийняти необмежену кількість товарів з метою отримання постачальником найбільшого прибутку.

З метою узагальнення розв'язання такої транспортної задачі при формуванні оптимального плану перевезень вважаємо, що кожна

Таблиця 9.1

**Дані, які вводяться в кожну (i,j) -комірку транспортної задачі
(i – порядковий номер рядка постачальника в таблиці,
 j – порядковий номер колонки користувача в таблиці)**

№	Найменування	Позначення
1	Час на перевезення вантажу з i -ї в j -ту вершину з урахуванням можливої затримки в j -й вершині по формуванню вантажу	$t_{i,j}$
2	Постачання коміркою товарів $R1, R2, R3$	$x_{i,j}^{R1}, x_{i,j}^{R2}, x_{i,j}^{R3}$
3	Прибуток від перевезення одиниці вантажу товарів $R1, R2, R3$	$P_{i,j}^{R1}, P_{i,j}^{R2}, P_{i,j}^{R3}$
4	Інтенсифікація прибутку від продажу одиниці вантажу товарів $R1, R2, R3$	$I_{i,j}^{R1} = P_{i,j}^{R1} / t_{i,j}$ $I_{i,j}^{R2} = P_{i,j}^{R2} / t_{i,j}$ $I_{i,j}^{R3} = P_{i,j}^{R3} / t_{i,j}$

Розміщення даних табл. 9.1 в кожній (i,j) -комірці транспортної задачі наведено в табл. 9.2.

Таблиця 9.2

Розміщення даних в (i,j) -комірці транспортної задачі

$t_{i,j}$	$x_{i,j}^{R1}$	$x_{i,j}^{R2}$	$x_{i,j}^{R3}$
	$P_{i,j}^{R1}$	$P_{i,j}^{R2}$	$P_{i,j}^{R3}$
	$I_{i,j}^{R1}$	$I_{i,j}^{R2}$	$I_{i,j}^{R3}$

Представлена модель дозволяє розв'язувати транспортну задачу у таких випадках:

1. При **максимізації прибутку** (1-й етап програмування прибутку). При цьому в функції мети враховується лише прибуток за одиницю вантажу навантаження (i,j) -комірки. Задача розв'язується в MathCAD з використанням функції *maximize()*.
2. При **інтенсифікації прибутку** (2-й етап програмування прибутку), коли транспорт менше завантажується у часі і

отриманий вільний час може бути використаний для збільшення прибутків.

Для кожного з цих випадків розраховуємо:

1. Прибуток за визначений час на його отримання.
2. Інтенсифікацію прибутку.
3. Час експлуатації транспорту.

Таблиця 9.3

Транспортна задача по перевезенню кількох типів товарів

M _i	N _j											
	Користувач №1			Користувач №2			Користувач №3					
	5	-	-	-	2	-	4	-	-			
20	5	$x_{1,1}^{R1}$	$x_{1,1}^{R2}$	$x_{1,1}^{R3}$	4	$x_{1,2}^{R1}$	$x_{1,2}^{R2}$	$x_{1,2}^{R3}$	2	$x_{1,3}^{R1}$	$x_{1,3}^{R2}$	$x_{1,3}^{R3}$
		15	25	20		16	12	8		20	60	10
		3	5	4		4	3	2		10	30	5
30	1	$x_{2,1}^{R1}$	$x_{2,1}^{R2}$	$x_{2,1}^{R3}$	2	$x_{2,2}^{R1}$	$x_{2,2}^{R2}$	$x_{2,2}^{R3}$	2	$x_{2,3}^{R1}$	$x_{2,3}^{R2}$	$x_{2,3}^{R3}$
		30	14	17		22	16	14		46	18	24
		30	14	17		11	8	7		23	9	12
50	3	$x_{3,1}^{R1}$	$x_{3,1}^{R2}$	$x_{3,1}^{R3}$	6	$x_{3,2}^{R1}$	$x_{3,2}^{R2}$	$x_{3,2}^{R3}$	1	$x_{3,3}^{R1}$	$x_{3,3}^{R2}$	$x_{3,3}^{R3}$
		18	12	15		36	42	60		34	15	23
		6	4	5		6	7	10		34	15	23

9.2. Розв'язання задачі в середовищі MathCAD

З даних табл. 9.3 видно, що транспортне підприємство-постачальник з трьох місць відправляє вантажі 20, 30, 50 (загальна вага 100). **Користувачі висунули вимоги (склали угоди) щодо об'єму поставок лише деяких товарів:** Користувач №1 вимагає товар R1 вагою 5; Користувач №2 вимагає товар R2 вагою 2; Користувач №3 вимагає товар R1 вагою 4. **По інших товарах користувачі приймають товари без обмежень.** В дійсності отриманий об'єм товарів користувачами обмежується спроможністю постачальника – транспортного підприємства.

Нижче наведене розв'язання задачі, отримане в середовищі MathCAD при використанні ідентифікаторів, які через знак рівності наведені в табл. 9.4.

Таблиця 9.4

Ідентифікатори у розрахунках MathCAD.
Наприклад, для комірки $(i,j)=(2,3)$ $XR2_23 = x_{23}^{R2}$

$t_{i,j}$	$XR1_ij = x_{i,j}^{R1}$	$XR2_ij = x_{i,j}^{R2}$	$XR3_ij = x_{i,j}^{R3}$
	$PR1_ij = P_{i,j}^{R1}$	$PR2_ij = P_{i,j}^{R2}$	$PR3_ij = P_{i,j}^{R3}$
	$IR1_ij = I_{i,j}^{R1}$	$IR2_ij = I_{i,j}^{R2}$	$IR3_ij = I_{i,j}^{R3}$

1-й етап. Максимізація прибутку			
Початкові дані			
ORIGIN:=1			
PR1_11:=15	PR2_11:=25	PR3_11:=20	PR1_12:=16
PR2_12:=12	PR3_12:=8		
PR1_13:=20	PR2_13:=60	PR3_13:=10	
PR1_21:=30	PR2_21:=14	PR3_21:=17	PR1_22:=22
PR2_22:=16	PR3_22:=14		
PR1_23:=46	PR2_23:=18	PR3_23:=24	
PR1_31:=18	PR2_31:=12	PR3_31:=15	PR1_32:=36
PR2_32:=42	PR3_32:=60		
PR1_33:=34	PR2_33:=15	PR3_33:=23	
Функція мети			
FP(XR1_11, XR2_11, XR3_11, XR1_12, XR2_12, XR3_12, XR1_13, XR2_13, XR3_13, XR1_21, XR2_21, XR3_21, XR1_22, XR2_22, XR3_22, XR1_23, XR2_23, XR3_23, XR1_31, XR2_31, XR3_31, XR1_32, XR2_32, XR3_32, XR1_33, XR2_33, XR3_33):=			
PR1_11·XR1_11+ PR2_11·XR2_11+ PR3_11·XR3_11...			
+PR1_12·XR1_12+ PR2_12·XR2_12+ PR3_12·XR3_12...			
+PR1_13·XR1_13+ PR2_13·XR2_13+ PR3_13·XR3_13...			
+PR1_21·XR1_21+ PR2_21·XR2_21+ PR3_21·XR3_21...			
+PR1_22·XR1_22+ PR2_22·XR2_22+ PR3_22·XR3_22...			
+PR1_23·XR1_23+ PR2_23·XR2_23+ PR3_23·XR3_23...			
+PR1_31·XR1_31+ PR2_31·XR2_31+ PR3_31·XR3_31...			
+PR1_32·XR1_32+ PR2_32·XR2_32+ PR3_32·XR3_32...			
+PR1_33·XR1_33+ PR2_33·XR2_33+ PR3_33·XR3_33			
Початкові дані змінних			
XR1_11:=0	XR2_11:=0	XR3_11:=0	XR1_12:=0
XR2_12:=0	XR3_12:=0		
XR1_13:=0	XR2_13:=0	XR3_13:=0	
XR1_21:=0	XR2_21:=0	XR3_21:=0	XR1_22:=0
XR2_22:=0	XR3_22:=0		
XR1_23:=0	XR2_23:=0	XR3_23:=0	
XR1_31:=0	XR2_31:=0	XR3_31:=0	XR1_32:=0
XR2_32:=0	XR3_32:=0		
XR1_33:=0	XR2_33:=0	XR3_33:=0	

GIVEN

$XR1_{11}+XR2_{11}+XR3_{11}+XR1_{12}+XR2_{12}+XR3_{12}...$
 $+XR1_{13}+XR2_{13}+XR3_{13}=20$
 $XR1_{21}+XR2_{21}+XR3_{21}+XR1_{22}+XR2_{22}...$
 $+XR3_{22}+XR1_{23}+XR2_{23}+XR3_{23}=30$
 $XR1_{31}+XR2_{31}+XR3_{31}+XR1_{32}+XR2_{32}...$
 $+XR3_{32}+XR1_{33}+XR2_{33}+XR3_{33}=50$
 $XR1_{11}+XR1_{21}+XR1_{31}=5$
 $XR2_{12}+XR2_{22}+XR2_{32}=2$
 $XR1_{13}+XR1_{23}+XR1_{33}=4$
 $XR1_{11} \geq 0 \quad XR2_{11} \geq 0 \quad XR3_{11} \geq 0 \quad XR1_{12} \geq 0$
 $XR2_{12} \geq 0 \quad XR3_{12} \geq 0$
 $XR1_{13} \geq 0 \quad XR2_{13} \geq 0 \quad XR3_{13} \geq 0$
 $XR1_{21} \geq 0 \quad XR2_{21} \geq 0 \quad XR3_{21} \geq 0 \quad XR1_{22} \geq 0$
 $XR2_{22} \geq 0 \quad XR3_{22} \geq 0$
 $XR1_{23} \geq 0 \quad XR2_{23} \geq 0 \quad XR3_{23} \geq 0$
 $XR1_{31} \geq 0 \quad XR2_{31} \geq 0 \quad XR3_{31} \geq 0 \quad XR1_{32} \geq 0$
 $XR2_{32} \geq 0 \quad XR3_{32} \geq 0$
 $XR1_{33} \geq 0 \quad XR2_{33} \geq 0 \quad XR3_{33} \geq 0$

$XP := \text{Maximize}(FP, XR1_{11}, XR2_{11}, XR3_{11}, XR1_{12}, XR2_{12},$
 $XR3_{12}, XR1_{13}, XR2_{13}, XR3_{13}, XR1_{21}, XR2_{21}, XR3_{21},$
 $XR1_{22}, XR2_{22}, XR3_{22}, XR1_{23}, XR2_{23}, XR3_{23}, XR1_{31},$
 $XR2_{31}, XR3_{31}, XR1_{32}, XR2_{32}, XR3_{32}, XR1_{33}, XR2_{33},$
 $XR3_{33})$

$XP^T =$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0	0	0	0	0	0	20	0	5	0	0

...

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
0	2	0	4	0	19	0	0	0	0	0	50	0	0	0

2-й етап. Інтенсифікація прибутку

Початкові дані

ORIGIN:=1

IR1_11:=15 IR2_11:=25 IR3_11:=20 IR1_12:=16

IR2_12:=12 IR3_12:=8

IR1_13:=20 IR2_13:=60 IR3_13:=10

IR1_21:=30 IR2_21:=14 IR3_21:=17 IR1_22:=22

IR2_22:=16 IR3_22:=14

IR1_23:=46 IR2_23:=18 IR3_23:=24

IR1_31:=18 IR2_31:=12 IR3_31:=15 IR1_32:=36

IR2_32:=42 IR3_32:=60

IR1_33:=34 IR2_33:=15 IR3_33:=23

Функція мети

$FP(XR1_{11}, XR2_{11}, XR3_{11}, XR1_{12}, XR2_{12}, XR3_{12}, XR1_{13},$
 $XR2_{13}, XR3_{13}, XR1_{21}, XR2_{21}, XR3_{21}, XR1_{22}, XR2_{22},$
 $XR3_{22}, XR1_{23}, XR2_{23}, XR3_{23}, XR1_{31}, XR2_{31}, XR3_{31},$
 $XR1_{32}, XR2_{32}, XR3_{32}, XR1_{33}, XR2_{33}, XR3_{33}) :=$
 $IR1_{11} \cdot XR1_{11} \dots$

$+ IR2_{11} \cdot XR2_{11} + IR3_{11} \cdot XR3_{11} \dots$
 $+ IR1_{12} \cdot XR1_{12} + IR2_{12} \cdot XR2_{12} + IR3_{12} \cdot XR3_{12} \dots$
 $+ IR1_{13} \cdot XR1_{13} + IR2_{13} \cdot XR2_{13} + IR3_{13} \cdot XR3_{13} \dots$
 $+ IR1_{21} \cdot XR1_{21} + IR2_{21} \cdot XR2_{21} + IR3_{21} \cdot XR3_{21} \dots$
 $+ IR1_{22} \cdot XR1_{22} + IR2_{22} \cdot XR2_{22} + IR3_{22} \cdot XR3_{22} \dots$
 $+ IR1_{23} \cdot XR1_{23} + IR2_{23} \cdot XR2_{23} + IR3_{23} \cdot XR3_{23} \dots$
 $+ IR1_{31} \cdot XR1_{31} + IR2_{31} \cdot XR2_{31} + IR3_{31} \cdot XR3_{31} \dots$
 $+ IR1_{32} \cdot XR1_{32} + IR2_{32} \cdot XR2_{32} + IR3_{32} \cdot XR3_{32} \dots$
 $+ IR1_{33} \cdot XR1_{33} + IR2_{33} \cdot XR2_{33} + IR3_{33} \cdot XR3_{33}$
 Початкові дані змінних
 $XR1_{11}:=0 \quad XR2_{11}:=0 \quad XR3_{11}:=0 \quad XR1_{12}:=0$
 $XR2_{12}:=0 \quad XR3_{12}:=0$
 $XR1_{13}:=0 \quad XR2_{13}:=0 \quad XR3_{13}:=0$
 $XR1_{21}:=0 \quad XR2_{21}:=0 \quad XR3_{21}:=0 \quad XR1_{22}:=0$
 $XR2_{22}:=0 \quad XR3_{22}:=0$
 $XR1_{23}:=0 \quad XR2_{23}:=0 \quad XR3_{23}:=0$
 $XR1_{31}:=0 \quad XR2_{31}:=0 \quad XR3_{31}:=0 \quad XR1_{32}:=0$
 $XR2_{32}:=0 \quad XR3_{32}:=0$
 $XR1_{33}:=0 \quad XR2_{33}:=0 \quad XR3_{33}:=0$
 GIVEN
 $XR1_{11} + XR2_{11} + XR3_{11} + XR1_{12} + XR2_{12} + XR3_{12} \dots$
 $+ XR1_{13} + XR2_{13} + XR3_{13} = 20$
 $XR1_{21} + XR2_{21} + XR3_{21} + XR1_{22} + XR2_{22} + XR3_{22} \dots$
 $+ XR1_{23} + XR2_{23} + XR3_{23} = 30$
 $XR1_{31} + XR2_{31} + XR3_{31} + XR1_{32} + XR2_{32} + XR3_{32} \dots$
 $+ XR1_{33} + XR2_{33} + XR3_{33} = 50$
 $XR1_{11} + XR1_{21} + XR1_{31} = 5$
 $XR2_{12} + XR2_{22} + XR2_{32} = 2$
 $XR1_{13} + XR1_{23} + XR1_{33} = 4$
 $XR1_{11} \geq 0 \quad XR2_{11} \geq 0 \quad XR3_{11} \geq 0 \quad XR1_{12} \geq 0$
 $XR2_{12} \geq 0 \quad XR3_{12} \geq 0$
 $XR1_{13} \geq 0 \quad XR2_{13} \geq 0 \quad XR3_{13} \geq 0$
 $XR1_{21} \geq 0 \quad XR2_{21} \geq 0 \quad XR3_{21} \geq 0 \quad XR1_{22} \geq 0$
 $XR2_{22} \geq 0 \quad XR3_{22} \geq 0$
 $XR1_{23} \geq 0 \quad XR2_{23} \geq 0 \quad XR3_{23} \geq 0$
 $XR1_{31} \geq 0 \quad XR2_{31} \geq 0 \quad XR3_{31} \geq 0 \quad XR1_{32} \geq 0$
 $XR2_{32} \geq 0 \quad XR3_{32} \geq 0$
 $XR1_{33} \geq 0 \quad XR2_{33} \geq 0 \quad XR3_{33} \geq 0$
 XP:=Maximize(FP, XR1_11, XR2_11, XR3_11, XR1_12, XR2_12,
 XR3_12, XR1_13, XR2_13, XR3_13, XR1_21, XR2_21, XR3_21,
 XR1_22, XR2_22, XR3_22, XR1_23, XR2_23, XR3_23, XR1_31,
 XR2_31, XR3_31, XR1_32, XR2_32, XR3_32, XR1_33, XR2_33,
 XR3_33)

$XP^T =$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	...
1	0	0	0	0	0	0	20	0	5	0	0	...

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	...
0	2	0	4	0	19	0	0	0	0	0	0	0	0	50	...

Згідно з отриманим рішенням на 1-му етапі при максимізації прибутку отримали такі значення:

$$\begin{aligned} XR2_{13}=20; & PR2_{13}=60; & IR2_{13}=30; & t_{1,3}=2; \\ XR1_{21}=5; & PR1_{21}=30; & IR1_{21}=30; & t_{2,1}=1; \\ XR2_{22}=2; & PR2_{22}=16; & IR2_{22}=8; & t_{2,2}=2; \\ XR1_{23}=4; & PR1_{23}=46; & IR1_{23}=23; & t_{2,3}=2; \\ XR3_{23}=19; & PR3_{23}=24; & IR3_{23}=12; & t_{2,3}=2; \\ XR3_{32}=50; & PR3_{32}=60; & IR3_{32}=10; & t_{3,2}=6. \end{aligned}$$

Розподіл вантажів між користувачами наведений у табл. 9.5: над ризикою вказаний загальний перевезений вантаж (без позначення, який товар перевозиться), під ризикою – час перевезення.

Таблиця 9.5

Розподіл постачання товарів по вазі

	5	2	93
20			20/2
30	5/1	2/2	23/2
50		50/6	

Для першого етапу отримали загальний прибуток від перевезення вантажу $FPI=5022$, загальна інтенсифікація прибутку $FII=1586$.

Загальний час перевезення $TI=2+1+2+2+2+6=15$, бо згідно з алгоритмом транспортної задачі вважається, що кожна вага перевозиться окремо. Насправді з розрахунків випливає, що вага $(XR1_{23} + XR3_{23})=(4+19)=23$ перевозиться від місця постачальника 2 до Користувача №3 разом в одному транспорті, і тому загальний термін роботи транспорту скорочується до значення $TI=13$.

Згідно з отриманим рішенням на 2-му етапі при максимізації інтенсифікації прибутку отримали такі значення:

$$\begin{aligned} XR2_{13}=20; & PR2_{13}=60; & IR2_{13}=30; & t_{1,3}=2; \\ XR1_{21}=5; & PR1_{21}=30; & IR1_{21}=30; & t_{2,1}=1; \\ XR2_{22}=2; & PR2_{22}=16; & IR2_{22}=8; & t_{2,2}=2; \\ XR1_{23}=4; & PR1_{23}=46; & IR1_{23}=23; & t_{2,3}=2; \\ XR3_{23}=19; & PR3_{23}=24; & IR3_{23}=12; & t_{2,3}=2; \\ XR3_{33}=50; & PR3_{33}=60; & IR3_{33}=10; & t_{3,3}=1. \end{aligned}$$

Розподіл вантажів між користувачами наведений в табл. 9.6: над ризикою вказаний загальний перевезений вантаж (без позначення, який товар перевозиться), під ризикою – час перевезення.

Таблиця 9.6

Розподіл постачання товарів по вазі

	5	2	93
20			20/2
30	5/1	2/2	23/2
50			50/6

Для 2-го етапу отримали загальний прибуток від перевезення вантажу $FP2=3172$, загальна інтенсифікація прибутку $FI2=2236$.

Загальний час перевезення $T2=2+1+2+2+2+1=10$, бо згідно з алгоритмом транспортної задачі вважається, що кожна вага перевозиться окремо. Насправді з розрахунків випливає, що вага $(XR1_{23} + XR3_{23})=(4+19) =23$ перевозиться від місця постачальника 2 до Користувача №3 разом в одному транспорті, і тому загальний термін роботи транспорту скорочується до значення $T2=8$.

Якщо використати напрямок інтенсифікації збільшення прибутку, то за термін $T1=13$ можна отримати прибуток від експлуатації транспорту

$$(FP2/T2) \cdot T1 = (3172/8) \cdot 13 = 5140,$$

що в $5140/5022=1,025$ раз перевищує отриманий максимальний прибуток $FP1=5022$.

Враховуючи невелику зміну прибутку, в майбутньому слід прийняти за основу модель *максимізації прибутку*.

Якщо транспортне підприємство працює в циклічному режимі (у часі повторюються абсолютно однакові цикли перевезення), то потрібно звернути увагу на скорочення термінів перевезення вантажів 30 та 50 з метою інтенсифікації прибутку.

Завдання. Розглянути оптимізацію перевезень трьох товарів у транспортній задачі згідно з даними, наведеними у табл. 9.7, з

Таблиця 9.7
Транспортна задача по перевезенню кількох типів товарів
(N – порядковий номер студента у групі)

M_i	N_j											
	Користувач №1			Користувач №2			Користувач №3					
		4N	-			N			10		-	
10N	N	$x_{1,1}^{R1}$	$x_{1,1}^{R2}$	$x_{1,1}^{R3}$	1	$x_{1,2}^{R1}$	$x_{1,2}^{R2}$	$x_{1,2}^{R3}$	4	$x_{1,3}^{R1}$	$x_{1,3}^{R2}$	$x_{1,3}^{R3}$
40	2	$x_{2,1}^{R1}$	$x_{2,1}^{R2}$	$x_{2,1}^{R3}$	3N	$x_{2,2}^{R1}$	$x_{2,2}^{R2}$	$x_{2,2}^{R3}$	1	$x_{2,3}^{R1}$	$x_{2,3}^{R2}$	$x_{2,3}^{R3}$
5N	4	$x_{3,1}^{R1}$	$x_{3,1}^{R2}$	$x_{3,1}^{R3}$	0,5	$x_{3,2}^{R1}$	$x_{3,2}^{R2}$	$x_{3,2}^{R3}$	2N	$x_{3,3}^{R1}$	$x_{3,3}^{R2}$	$x_{3,3}^{R3}$