

8. МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ ШВИДКОСТІ ПЕРЕМІЩЕННЯ

Час, витрачений на виконання операцій, впливає на інтенсифікацію отримання прибутків. Тому виникає проблема визначення *оптимальної швидкості переміщення транспорту*.

З метою узагальнення розв'язання транспортної задачі при формуванні оптимального плану перевезень вважаємо, що кожна комірка таблиці транспортної задачі вміщує вказані в табл. 8.1 дані.

Таблиця 8.1

Дані, які вводяться в кожен (i,j) -комірку транспортної задачі (i – порядковий номер рядка постачальника в таблиці, j – порядковий номер колонки користувача в таблиці)

| № | Найменування | Позначення |
|---|--|---|
| 1 | Прибуток від перевезеної одиниці вантажу при стандартній швидкості перевезення | $P_{0i,j}$ |
| 2 | Прибуток від перевезеної одиниці вантажу при зміні швидкості перевезення (збільшенні або зменшенні) | $P_{i,j} = -\{P_{0i,j} [KI_{i,j} \cdot (t_{0i,j} - t_{i,j}) + K2_{i,j} \cdot (t_{0i,j} - t_{i,j})^2]\}$ |
| 3 | Коефіцієнти, які враховують збільшення витрат від збільшення швидкості перевезення | $KI_{i,j}$ – лінійний коефіцієнт; $K2_{i,j}$ – нелінійний коефіцієнт |
| 4 | Старий середній термін перевезення вантажу з i -ї в j -ту вершину з урахуванням можливої затримки в j -й вершині по формуванню вантажу | $t_{0i,j}$ |
| 5 | Новий (зменшений) середній термін перевезення вантажу ($t_{i,j} < t_{0i,j}$) з i -ї в j -ту вершину з урахуванням можливої затримки в j -й вершині по формуванню вантажу | $t_{i,j}$ |
| 6 | Інтенсифікація прибутку одиниці вантажу | $I_{i,j} = P_{i,j} / t_{i,j}$ |
| 7 | Постачання комірки | $x_{i,j}$ |
| 8 | Потенціал комірки залежить від функції мети (збільшення прибутку $P_{i,j}$ або інтенсифікації прибутку $I_{i,j}$) | $PP_{i,j}^P = P_{i,j} - (\alpha_i + \beta_j),$ $PP_{i,j}^I = I_{i,j} - (\alpha_i + \beta_j).$ |

Розміщення даних табл. 8.1 в кожній (i,j) -комірці транспортної задачі наведено в табл. 8.2.

Таблиця 8.2

Розміщення даних в (i,j) -комірці транспортної задачі

| | | |
|------------|------------|------------|
| $P_{0i,j}$ | $K1_{i,j}$ | $K2_{i,j}$ |
| $P_{i,j}$ | $t_{0i,j}$ | $t_{i,j}$ |
| $I_{i,j}$ | $x_{i,j}$ | $PP_{i,j}$ |

Додаткові витрати при збільшенні швидкості перевезення повинні враховувати збільшення витрат на паливо, на амортизаційні відрахування, на ремонт автомашин та доріг тощо. Якщо розглядається транспортна нафтова (або газова) мережа, то збільшення тиску в нафтопроводі приводить до збільшення швидкості переміщення нафти, але водночас по нелінійній залежності збільшуються втрати в нафтопроводі.

Якщо при розрахунках використовувати метод потенціалів (у моделі максимізації прибутків), то прибуток повинен відображатись від'ємним числом

$$P_{i,j} = -\{P_{0i,j} \cdot [K1_{i,j} \cdot (t_{0i,j} - t_{i,j}) + K2_{i,j} \cdot (t_{0i,j} - t_{i,j})^3]\}, \quad (8.1)$$

бо у цьому випадку функція мети повинна бути спрямована до мінімуму. Якщо використовувати MathCAD або MatLab, то спрямування функції мети до максимуму або мінімуму залежить від обраної функціональної залежності середовищ MathCAD та MatLab.

У формулі (8.1) кубічна залежність у функції мети взята для врахування можливості не лише збільшення, але й зменшення швидкості, бо при зменшенні швидкості $t_{0i,j} < t_{i,j}$ знак витрат $[K1_{i,j} \cdot (t_{0i,j} - t_{i,j}) + K2_{i,j} \cdot (t_{0i,j} - t_{i,j})^3]$ змінюється на протилежний, збільшуючи тим самим загальний прибуток.

Представлена модель дозволяє розв'язувати транспортну задачу у таких випадках:

1. При **максимізації прибутку** $P_{0i,j}$ (1-й етап програмування прибутку) – при отриманні максимально можливого прибутку згідно з [12] (ця робота під керівництвом автора виконана магістрантами Габідулліною О.М., Бульбою М.О. та Баришевською К.В.). При цьому в функції мети враховується лише прибуток за одиницю вантажу навантаженої (i,j) -комірки

$P_{i,j}$. Тому що цей прибуток ($P_{i,j} < 0$), то функція мети при визначенні оптимального прибутку спрямована на мінімум. Згідно з методом потенціалів потенціал незаповненої постачанням комірки дорівнює

$$PP_{i,j}^P = P_{0i,j} - (\alpha_i + \beta_j).$$

Звичайно $P_{i,j} < 0$. Потенціали α_i та β_j розраховуються за умови, що потенціали заповнених постачанням (i,j) -комірок дорівнюють нулю: $P_{i,j} - (\alpha_i + \beta_j) = 0$.

2. При **інтенсифікації прибутку** (2-й етап програмування прибутку), коли транспорт менше завантажується у часі і отриманий вільний час може бути використаний для збільшення прибутків за однаковий час порівняно з оптимізаційним напрямком. При цьому в функції мети враховується лише інтенсифікація прибутку одиниці вантажу $I_{i,j}$, яка звичайно є від'ємною величиною ($I_{i,j} < 0$):

$$I_{i,j} = P_{i,j} / t_{i,j},$$

де $P_{i,j} = -\{P_{0i,j} - [K1_{i,j} \cdot (t_{0i,j} - t_{i,j}) + K2_{i,j} \cdot (t_{0i,j} - t_{i,j})^3]\}$.

Прибуток вводиться у вигляді від'ємних чисел $P_{i,j} < 0$, і тому $I_{i,j} < 0$. Згідно з методом потенціалів потенціал незаповненої постачанням

Таблиця 8.3
Транспортна задача по визначенню оптимальної швидкості переміщення транспорту

| M_i | N_j | | | | | | | | |
|-------|-------|-----|-----|----|-----|-----|----|------|-----|
| | 50 | | | 30 | | | 40 | | |
| 40 | 12 | 0,7 | 0,5 | 10 | 0,8 | 0,5 | 8 | 0,9 | 0,8 |
| | | 4 | | | 2 | 2 | | 1 | |
| | | | | | | | | | |
| 60 | 5 | 0,9 | 0,8 | 14 | 0,9 | 0,7 | 7 | 0,75 | 0,6 |
| | | 3 | | | 5 | | | 4 | |
| | | | | | | | | | |
| 20 | 11 | 1,2 | 2,5 | 16 | 0,7 | 0,4 | 15 | 2,0 | 3,4 |
| | | 2 | | | 7 | | | 7 | |
| | | | | | | | | | |

Керівництво транспортного підприємства розглянуло початкові терміни перевезення $t_{0i,j}$ і прийняло рішення збільшити на деяких ділянках швидкість перевезення вантажів з метою скорочення загального циклу перевезення. Для цього для деяких ділянок доріг вводяться обмеження по термінах з метою скорочення приблизно удвічі найбільших термінів перевезення $t_{0i,j}$.

Подібне подвоєння середньої швидкості переміщення транспорту тут наводиться як розрахунковий приклад, але його реальне впровадження потрібно проводити дуже обережно, враховуючи стан доріг, підвищення аварійної небезпеки і те, що реальна швидкість транспорту зростає значно швидше порівняно із середньою через вимушене гальмування з урахуванням стану дороги, потоку транспорту, перехрестя доріг тощо.

Результати програмування прибутку отримані за допомогою MathCAD і наводяться нижче.

```

1-й етап. Математична лінійна модель збільшення прибутку
Постійні величини
ORIGIN:=1
P011:=12 P012:=10 P013:=8
P021:=5 P022:=14 P023:=7
P031:=11 P032:=16 P033:=15
Функція мети
FP(X11,X12,X13,X21,X22,X23,X31,X32,X33):=P011·X11+P012·X12+
P013·X13... +P021·X21+P022·X22+
P023·X23...+P031·X31+P032·X32+ P033·X33...
Введення початкових значень змінних
X11:=0 X12:=0 X13:=0
X21:=0 X22:=0 X23:=0
X31:=0 X32:=0 X33:=0
Рівняння та обмеження
GIVEN
Постачальники:
X11+X12+X13=40
X21+X22+X23=60
X31+X32+X33=20
Користувачі:
X11+X21+X31=50
X12+X22+X32=30
X13+X23+X33=40
Обмеження:
X11≥0 X12≥0 X13≥0
X21≥0 X22≥0 X23≥0
X31≥0 X32≥0 X33≥0
Максимізація прибутку:
XP:=Maximize(FP,X11,X12,X13,X21,X22,X23,X31,X32,X33)

```

$XP^T =$

| | | | | | | | | | |
|---|----|---|---|----|----|----|---|---|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 40 | 0 | 0 | 10 | 30 | 20 | 0 | 0 | 20 |

FPP1:=FP(XP₁, XP₂, XP₃, XP₄, XP₅, XP₆, XP₇, XP₈, XP₉)

FPP1=1.39x10³

TP:=7

FPP2:=P011·XP₁+ P012·XP₂+ P013·XP₃+ P021·XP₄+ P022·XP₅+
P023·XP₆+ P031·XP₇+ P032·XP₈+ P033·XP₉

FPP2=1.39x10³

2-й етап. Математична нелінійна модель інтенсифікації прибутку транспортної задачі зі скороченням часу перевезення

Постійні величини

ORIGIN:=1

P011:=12 P012:=10 P013:=8

P021:=5 P022:=14 P023:=7

P031:=11 P032:=16 P033:=15

K111:=0.7 K112:= 0.8 K113:=0.9

K121:= 0.9 K122:=0.9 K123:=0.75

K131:= 1.2 K132:=0.7 K133:=2.0

K211:=0.5 K212:= 0.5 K213:=0.8

K221:= 0.8 K222:=0.7 K223:=0.6

K231:= 2.5 K232:=0.4 K233:=3.4

T011:= 4 T012:= 2 T013:= 1

T021:=3 T022:=5 T023:=4

T031:= 2 T032:= 7 T033:= 7 TH:=3.5

Функція мети

F1 X11,X12,X13,X21,X22,X23,X31,X32,X33,T11,T12,T13,T21,T22,T23,
T31,T32,T33):=

[P011·K111·(T011-T11)-K211·(T011-T11)³]-X11...

+ [P012·K112·(T012-T12)-K212·(T012-T12)³]-X12...

+ [P013·K113·(T013-T13)-K213·(T013-T13)³]-X13...

+ [P021·K121·(T021-T21)-K221·(T021-T21)³]-X21...

+ [P022·K122·(T022-T22)-K222·(T022-T22)³]-X22...

+ [P023·K123·(T023-T23)-K223·(T023-T23)³]-X23...

+ [P031·K131·(T031-T31)-K231·(T031-T31)³]-X31...

+ [P032·K132·(T032-T32)-K232·(T032-T32)³]-X32...

+ [P033·K133·(T033-T33)-K233·(T033-T33)³]-X33

Введення початкових значень змінних

X11:=0 X12:=0 X13:=0

X21:=0 X22:=0 X23:=0

X31:=0 X32:=0 X33:=0

T11:=0 T12:=0 T13:=0

T21:=0 T22:=0 T23:=0

T31:=0 T32:=0 T33:=0

Рівняння та обмеження

GIVEN

Постачальники:

X11+X12+X13=40

X21+X22+X23=60

X31+X32+X33=20

Користувачі:
 $X_{11}+X_{21}+X_{31}=50$
 $X_{12}+X_{22}+X_{32}=30$
 $X_{13}+X_{23}+X_{33}=40$

Обмеження:

| | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| $X_{11} \geq 0$ | $X_{12} \geq 0$ | $X_{13} \geq 0$ |
| $X_{21} \geq 0$ | $X_{22} \geq 0$ | $X_{23} \geq 0$ |
| $X_{31} \geq 0$ | $X_{32} \geq 0$ | $X_{33} \geq 0$ |
| $T_{11} \leq T_{011}$ | $T_{12} \leq T_{012}$ | $T_{13} \leq T_{013}$ |
| $T_{21} \leq T_{021}$ | $T_{22} \leq T_{022}$ | $T_{23} \leq T_{023}$ |
| $T_{31} \leq T_{031}$ | $T_{32} \leq T_{032}$ | $T_{33} \leq T_{033}$ |
| $T_{11} \leq T_H$ | $T_{12} \leq T_H$ | $T_{13} \leq T_H$ |
| $T_{21} \leq T_H$ | $T_{22} \leq T_H$ | $T_{23} \leq T_H$ |
| $T_{31} \leq T_H$ | $T_{32} \leq T_H$ | $T_{33} \leq T_H$ |

Максимізація прибутку у часі:
 $XI := \text{Maximize}(FI, X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{21}, X_{22}, X_{23}, X_{31}, X_{32}, X_{33}, T_{11}, T_{12}, T_{13}, T_{21}, T_{22}, T_{23}, T_{31}, T_{32}, T_{33})$

$XI^T =$

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|----|---|----|---|----|----|----|---|---|-----|----|----|----|-----|-----|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 1 | 30 | 0 | 10 | 0 | 30 | 30 | 20 | 0 | 0 | 3.5 | 2 | 1 | 3 | 3.5 | 3.5 | 2 |

Функція мети програмування прибутку
 $FPI := (XI_1, XI_2, XI_3, XI_4, XI_5, XI_6, XI_7, XI_8, XI_9, XI_{10}, XI_{12}, XI_{13}, XI_{14}, XI_{15}, XI_{16}, XI_{17}, XI_{18})$
 $FPI = 1.153 \times 10^3$

Прибуток при інтенсифікаційному програмуванні
 $FPP2 := P_{011} \cdot XP_1 + P_{012} \cdot XP_2 + P_{013} \cdot XP_3 + P_{021} \cdot XP_4 + P_{022} \cdot XP_5 + P_{023} \cdot XP_6 + \dots + P_{031} \cdot XP_7 + P_{032} \cdot XP_8 + P_{033} \cdot XP_9$
 $FPP2 = 1.29 \times 10^3$

$TI=3,5.$

В результаті розрахунків до підвищення швидкості транспорту отримано максимальний прибуток $FP=1390$ за термін циклу $TP=7$. Збільшення швидкості переміщення транспорту на деяких ділянках дало зменшення максимального інтенсифікованого прибутку $FPI=1290$, але за менший термін $TI=3,5$. Тоді можливий прибуток за цикл $TP=7$ складає $(1290/3,5) \cdot 7=2580$, що в $2580/1390=1,85$ рази вище за прибуток до підвищення швидкості транспорту.

Завдання. Розглянути можливість оптимізації часу перевезень у транспортній задачі згідно з даними, наведеними у табл. 8.4, з самостійним визначенням усіх інших параметрів.

Таблиця 8.4
Транспортна задача по визначенню оптимальної швидкості
переміщення транспорту (N – порядковий номер студента у групі)

| M_i | N_j | | | | | | | | |
|--------|-------|--------|--------|-----|-------|-------|-----|--------|--------|
| | 10N | | | 20N | | | 100 | | |
| 12N | N | 0,02N | 0,004N | 2N | 0,01N | 0,005 | 4N | 0,007N | 0,001N |
| | | 3 | | | 0,1N | | | 0,5 | |
| | | | | | | | | | |
| 60 | 10N | 0,01N | 0,08 | 4N | 0,09 | 0,004 | 12 | 0,0705 | 0,006 |
| | | 7 | | | 4 | | | 2 | |
| | | | | | | | | | |
| 18N+40 | 14 | 0,001N | 0,0025 | 18 | 0,07 | 0,007 | 5N | 0,002 | 0,0014 |
| | | 2 | | | 0,3N | | | 1 | |
| | | | | | | | | | |