

17. КОМБІНАТОРНО-ГРАНИЧНИЙ МЕТОД ПРОГРАМУВАННЯ ПРИБУТКУ

Розглянемо особливості інтенсифікації прибутку з використанням комбінаторно-граничного методу [11] для розв'язання задачі рюкзака за даними, наведеними у табл. 17.1.

Таблиця 17.1

Дані для літака: вантажність $G=30$ тонн,
об'єм $V=50$ м³, термін пересилання товару $T_{ш}=1$ доба.

Тип речей,	i	1	2	3	4
Кількість речей,	x_i штук	x_1	x_2	x_3	x_4
Вага однієї речі,	g_i тонн	4,5	7	9	14
Об'єм однієї речі,	v_i м ³	9	15	20	30
Прибуток від одиниці товару, <i>тис. грн.</i>	p_i	50	70	90	200
Термін продажу одиниці товару, T_i діб		3	1	5	2
Максимальна кількість речей по вазі, M_{g_i} штук		6	4	3	2
Максимальна кількість речей по об'єму, M_{v_i} штук		5	3	2	1
Питомий прибуток по вазі $A_g = p_i / g_i$		11,11	10	10	14,4
Питомий прибуток по об'єму $A_v = p_i / v_i$		5,55	4,66	4,5	6,66
Інтенсифікаційний питомий прибуток по вазі $IA_g = p_i / (g_i \cdot T_i)$		3,7	10	2	7,2
Інтенсифікаційний питомий прибуток по об'єму $IA_v = p_i / (v_i)$		1,85	4,66	0,4	3,33

Почнемо з 1-го етапу інтенсифікації прибутку – отримання максимально можливого прибутку. Прибуток розглядається як функція мети, яка спрямовується до максимуму

$$P = \sum_{i=1}^n p_i x_i \rightarrow \max \quad (17.1)$$

де $n=4$ – загальна кількість типів речей, які перевозяться;
 $i = 1, \dots, n$ – порядковий номер типу речей, які перевозяться;
 p_i – прибуток від одиниці товару i -го типу;
 x_i – кількість i -х речей, що перевозяться.
 Розрахунки повинні виконуватися при обмеженнях по вазі та об'єму

$$\sum_{i=1}^n g_i x_i \leq G; \quad (17.2)$$

$$\sum_{i=1}^n v_i x_i \leq V \quad (17.3)$$

Рівняння (17.1) – (17.3) складають математичну модель задачі.

Алгоритм розрахунку:

1. Ми виконуємо комбінаторний перебір завантаження літака речами таким чином, щоб не перевищувати вагу $G=30$ тонн згідно з виразом (17.2) з наступною перевіркою обмеження вантажу по об'єму $V=50$ м³ згідно з виразом (17.3). Можна зробити й навпаки: виконати комбінаторний перебір завантаження літака так, щоб не перевищувати його об'єму $V=50$ м³ згідно з виразом (17.3) з наступною перевіркою обмеження по вазі $G=30$ тонн згідно з формулою (17.2). Отримані результати в обох випадках будуть однаковими.

В даному випадку ми будемо завантажувати літак речами по вазі з наступною перевіркою об'єму. Взагалі згідно з табл. 17.1 вигідніше (з точки зору зменшення кількості розрахунків) виконувати головний комбінаторний перебір завантаження саме по об'єму, бо по об'єму вміщується менша кількість речей. Але ми робимо початкове завантаження по вазі для більш наочної демонстрації підходу до перевірки отриманих результатів.

Таблиця 17.2

Дані по варіантах комбінаторного завантаження літака

№	x_1	x_2	x_3	x_4	G	V	t_{x1}	t_{x2}	t_{x3}	t_{x4}	$T_{\text{П}}$	P
1	6	-	-	-	27	54						
2	5	-	-	-	22,5	45	15	-	-	-	15	250
3	4	1	-	-	25	51						
4	3	1	-	-	20,5	42	9	1	-	-	9	220

Продовження таблиці 17.2

№	x_1	x_2	x_3	x_4	G	V	t_{x1}	t_{x2}	t_{x3}	t_{x4}	$T_{П}$	P
5	3	2	-	-	27,5	57						
6	2	2	-	-	23	48	6	2	-	-	6	240
7	2	3	-	-	30	63						
8	0	3	-	-	21	45	0	3	-	-	3	210
9	0	4	-	-	28	60						
10	4	0	1	-	27	56						
11	3	0	1	-	21,5	47	9	0	5	-	9	240
12	2	1	1	-	25	53						
13	1	1	1	-	20,5	44	3	1	5	-	5	210
14	1	2	1	-	27,5	53						
15	0	2	1	-	23	50	0	2	5	-	5	230
16	2	0	2	-	27	58						
17	1	0	2	-	22,5	49	3	0	10	-	10	230
18	1	1	2	-	29,5	64						
19	0	0	3	-	27	60						
20	3	0	0	1	27,5	57						
21	2	0	0	1	23	48	6	0	0	2	6	300*
22	2	1	0	1	30	63						
23	0	1	0	1	21	45	0	1	0	2	2	270
24	0	0	1	1	23	50	0	0	5	2	5	290
25	0	0	0	2	28	60						

По суті ми виконуємо **обмежений комбінаторний перебір** усіх можливих завантажень, починаючи з речей з найменшою вагою, але **лише на границі обмеження** – для ваги $G=30$ тонн. Такий обмежений перебір легко піддається програмуванню і *приблизно на*

порядок менший за обсягом розрахунків порівняно з існуючим методом, який до того ж вимагає особливої уваги при отриманні результуючих таблиць оптимального завантаження по етапах. Ми скорочуємо розрахунки в комбінаторній задачі внаслідок заміни початкової множини на підмножину, в якій лише приблизно дотримуються обмеження. Після цього обирається найбільше можливе значення функції мети з урахуванням дозволених обмежень.

Заборонені дані виділені сірим кольором. Якщо дані заборонені, доводиться зменшувати попереднє завантажування літака, щоб дотримуватись обмежень по вазі та об'єму.

2. Завантаження виконується по етапах, кількість яких дорівнює кількості типів товарів. На кожному етапі завантаження оголошується **головний товар**. При цьому вага інших типів товарів, що завантажуються, не може перевищувати ваги головного товару. Таким чином, на *Етапі 1* головним є товар вагою $g_1=4,5$; на *Етапі 2* – товар вагою $g_2=7$; на *Етапі 3* – товар вагою $g_3=9$; на *Етапі 4* – товар вагою $g_4=14$.

Комбінаторне завантаження, наприклад, для *Етапу 3* виконується при поступовому збільшенні кількості речей $x_3=1, 2, \dots, M_{g_3}$ (в даному випадку $M_{g_3}=3$). При кожному конкретному значенні x_3 спочатку виконується комбінаторне довантаження літака до дозволеної ваги найлегшими речами $x_1=1, 2, \dots, M_{g_1}$, а потім – речами з більшою вагою $x_2=1, 2, \dots, M_{g_2}$ до отримання повного комбінаторного перебору можливого завантаження. Отриманий вантаж щоразу перевіряється на обмеження по об'єму. Якщо об'єм не дозволяє завантаження, то зменшується вантаж до отримання встановленої норми спочатку за рахунок речей з найменшою вагою. Після отримання дозволеного завантаження переходять на наступне значення x_3 .

Наведені в табл. 17.2 значення $t_{xi} = T_i x_i$ означають термін продажу всього товару x_i . Вважаємо, що усі типи товарів продаються паралельно (тобто не продається спочатку товар x_1 , потім – x_2 і т.д.): усі товари продаються разом, і якщо немає попиту на один товар, то продається інший. Тому вважаємо, що термін продажу товару T_{Π} приблизно дорівнює найбільшому зі значень t_{xi} .

З результатів комбінаторного завантаження випливає, що найліпшим є завантаження за №21, для якого прибуток $P_0=300$ тис. грн. (помічений зірочкою); вага – $G=23$ тонн; об'єм – $V=48$ м³; продаж виконується за цикл $T_0=T_{\text{ш}}+T_{\text{п}}=1+6=7$ діб (іншими термінами нехтуємо); прибуток згідно з моделлю інтенсифікації $I=P/(T_{\text{ш}}+T_{\text{п}})=300/(1+6)=43$.

Переходимо на етап 2 інтенсифікації прибутку. З табл. 17.2

бачимо, що варіант завантаження за №23 має найбільший прибуток згідно з моделлю інтенсифікації $I=P/(T_{III}+T_{III})=270/(1+2)=90$. Для обраного варіанту прибуток $P_K=270$ тис. грн. отримується за час $T_K=3$ доби.

К р и т е р і й $K = \frac{P_K T_0}{P_0 T_K} = \frac{270 \cdot 7}{300 \cdot 3} = 2,1$ інтенсифікації прибутку

вказує на можливість збільшення прибутку у 2,1 раза за той же термін $T_0=7$ діб. Це підтверджує корисність розгляду питання на перехід в роботі до моделі інтенсифікації прибутку.

Цікаво відмітити, що найбільші значення введених понять питомих прибутків і питомих прибутків по вазі та по об'єму моделі інтенсифікації (табл. 17.1) співпадають з отриманими рішеннями і практично підказують, на які товари слід звертати увагу при завантаженні літака. Ця ознака може служити вказівкою для подальшого спрощення розрахунків.

Таблиця 17.3

**Дані для вантажної машини: вантажність $G=N$ тонн,
об'єм $V=1,5N$ м³, термін пересилання товару $T_{III} = \sqrt{N}$ діб**

Тип речей,	i	1	2	3	4
Кількість речей,	x_i штук	x_1	x_2	x_3	x_4
Вага однієї р	g_i тонн	0,15N	0,22N	0,32N	0,4N
Об'єм однієї речі,	v_i м ³	0,22N	0,31N	0,48N	0,6N
Прибуток від одиниці товару, p_i тис. грн		7N	9N	23N	18N
Термін продажу одиниці товару, T_i діб		0,1N	5	3	2