16. НАЙОМ ТА ЗВІЛЬНЕННЯ

16.1. Одноразовий найом та звільнення робітників у

Під одноразовим наймом та звільненням робітників у часі будемо розуміти одноразовий перехід підприємства на змінену кількість робітників.

Відомо, що плинність кадрів погано позначається на прибутковості виробництва (кількості та якості товарів). Але в ряді випадків у зв'язку зі зміною об'єму роботи у часі (згідно з угодою на виконання робіт, або у зв'язку з сезонністю сільських робіт) стає економічно вигідним зміна кількості робітників. У цьому разі виникає потреба оцінити кадрову політику підприємства.

Тому що найом та звільнення робітників завжди супроводжується втратами для підприємства, треба мати кількісну міру цих втрат.

При наймі нового робітника підприємство несе прямі витрати на оголошення про прийом на роботу та витрати часу власних працівників (і отже – їх зарплати) на введення новачка у курс справи: інструктаж з техніки безпеки, ознайомлення з роботою та робочим місцем. Новачок не стає моментально повноцінним робітником вищої кваліфікації. Його навчають продуктивній та якісній роботі, удосконалюють його професійні навички, пояснюють особливості виробництва. Підприємство вкладає власні кошти у навчання новачка.

Наприклад, при прийомі на роботу у відділ автоматики конструктора з електрообладнання (людину з вищою освітою, але без стажу роботи) він стає повноцінним працівником приблизно через 9 місяців після початку роботи. Якщо у нього є стаж роботи, але його влаштовують на нову незнайому роботу (наприклад, по електромонтажу електрообладнання), то він стає повноцінним працівником приблизно

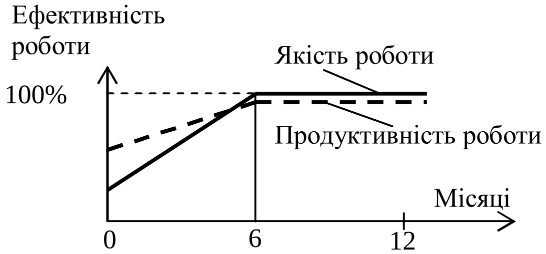

Рис. 16.1. Навчання новачка роботі у часі

З рис. 16.1 видно, що новачок лише поступово стає повноцінним робітником стосовно продуктивності та якості праці. І не обов'язково завершення цих процесів співпадає у часі. За період навчання новачка ефективність його праці підвищується в кілька разів.

Це непереборне зменшення продуктивності та якості праці на новому робочому місці треба вважати ***втратами не робітника, а втратами підприємства*** у вигляді недовипуску якісної продукції та втрати прибутку.

Боротьба підприємства з цими втратами навчання є комплексною:

1. Перекладання турбот про навчання нових робітників на державу або інші підприємства.
2. Намагання прийняти на роботу кваліфікованих робітників. Недарма існує термін "убуток мозків", коли фірма або держава переманює високою зарплатою готових кваліфікованих робітників, не витрачаючи коштів на їх навчання та випробування. Навченому працівникові не потрібно нічого пояснювати: йому досить вказати, яку роботу потрібно виконати, все інше він знає і виконає роботу продуктивно та якісно.
3. Зменшення витрат на навчання розділом робіт на елементарні операції, яким не важко навчитись за короткий час. Американський підприємець Форд намагався так розділити роботу на елементарні частки, щоб навчання людини на новому робочому місці не займало багато часу. Він розділяв своїх робітників за термінами навчання роботі: 1 день для 43% загального числа робіт; 8 днів – для 36%; 14 днів – для 6%; 1 рік – для 14%; 6 років – для 1% [Рабчинский И.В. Принципы Форда. – М.: Гостехиздат, 1924]. Чим менший час на навчання людини – тим меші витрати фірми при звільненні робітника.
4. Введенням власних шкіл професійного навчання або власної системи навчання (наприклад, у бригаді навчання новачка звичайно покладається на бригадира).
5. Зменшенням зарплати новачка та введенням початкового випробного терміну праці.

Недарма держава і самі люди витрачають багато коштів на професійне навчання.

Приблизно оцінити витрати підприємства на навчання робітника можна таким чином:

1. Якщо вважати початкову продуктивність та якість праці новачка за нульову, то з рис. 16.1 видно, що вироблена ним уся продукція за час навчання складає приблизно 50% від продукції кадрового робітника. Між тим підприємство від кожного працівника повинне

отримати відповідний повний прибуток. Якщо цей прибуток не отриманий, то це й є втратами підприємства. Отже, можна приблизно вважати, що за час навчання кожний новачок внаслідок власної праці не додає продукції (прибутку підприємцю), рівної до 50% продукції кадрового робітника за той же термін. ***Це недоодержання прибутку, рівне 50% прибутку від кадрового робітника за термін навчання новачка***, й є складовою витрат підприємства на навчання робітника.

2. Якщо вважати, що новачок отримує зарплату кадрового робітника, випускаючи недостатньо продукції, то він фактично не заробляє 50% отриманої ним підсумкової зарплати за термін навчання у порівнянні з кадровим робітником. Але у дійсності зарплата новачка звичайно менша зарплати кадрового робітника і складає, наприклад, 60% від неї. Тоді новачок не заробляє підсумок зарплати за термін навчання на 10%, бо 60%-50%=10%. Якщо зарплата новачка менше за 50% заробітку кадрового робітника, то новачок своєю працею частково покриває витрати на власне навчання або ж його неприховано експлуатують. Система підвищення зарплати новачка повинна бути так розрахована у часі, щоб покрити витрати підприємства на його навчання.
3. Далі треба розглянути, як новачок впливає на працю інших співробітників. На всілякі пояснення, перевірку, виправлення помилок та контроль роботи новачка витрачається як час новачка, так і час кадрових робітників. Здавалося б, що це їх власні витрати, бо їм платять за виконану роботу, а не за розмови, пояснення та контроль. Але насправді виходить, що витрачається час кадрових робітників, які повинні випускати продукцію. Кадрові робітники мають скорочення робочого часу на виконання звичайного для них об'єму робіт; вони або зменшують об'єм продукції, або її якість.
4. Треба враховувати також і просто недостатню якість та брак у роботі новачка, які призводять до підвищених витрат ресурсів.

У цілому новачок від навчання, безумовно, виграє, якщо не брати до уваги його зменшену зарплату, бо його вартість як робітника з плином часу зростає (у міру навчання).

При звільненні підприємство знову несе витрати: воно втрачає навченого робітника, а разом з ним – вкладені в його навчання час та кошти; при наступному отриманні нового робітника знову постає проблема зайвих додаткових витрат на навчання. Крім того, при звільненні виникають додаткові витрати на оформлення звільнення.

Це те ж саме, що віддати комусь власні гроші.

Тому кожний робітник в дійсності має власну ціну в грошах. Цінність робітника полягає у його кваліфікації (яка підтверджується відповідними документами і вказує час і витрати на його навчання фахівній справі), у стажі практичної роботи, підтверджується відгуками зі старого місця роботи, власними витратами підприємства на підвищення його кваліфікації.

Звільнений робітник коштує підприємству витрат на його навчання та витрат на прийом та звільнення.

Припустимо, що роботодавець керує виконанням роботи, на якій працює N_0 робітників. Роботу повинні виконати за T_0 днів. Виконана робота дає підприємцю прибуток P_0.

Якщо збільшити кількість робітників від N_0 до N_{T2}, то термін роботи скоротиться з T_0 до $\mathbf{T_{T2}}$ днів ($T_{T2} < T_0$) при зменшенні прибутку підприємця до

$$\mathrm{P_{T2} = P_0 - \Delta З_П - \Delta З_{Ц12}},$$

де $\Delta З_П = З_{ПТ2} - З_{ПТ0}$;

$\Delta З_П$ – різниця витрат на заробітну плату всім робітникам;

$З_{ПТ2}$, $З_{ПТ0}$ – нові й старі витрати на заробітну плату;

$\Delta З_{Ц12}$ – вартість для фірми найму, звільнення та навчання робітників.

Різницю витрат на заробітну плату всім робітникам можна орієнтовно розрахувати за формулою

$$\Delta З_П = C_0 \cdot (N_{T2} - N_0),$$

де C_0 – середній заробіток одного працівника;

N_{T2} – нова кількість робітників;

N_0 – стара кількість робітників.

Якщо ***критерії збагачення у часі (критерії інтенсифікації)***

$$K_{T2} = \frac{P_{T2} T_0}{P_0 T_{T2}} > 1$$

то вигідно перейти на режим роботи згідно з моделлю інтенсифікації, при якому збільшується кількість робітників та зменшується термін виконання роботи.

Якщо $K_{T2} < 1$, то потрібно зменшувати кількість працівників.

Завдання. Розрахувати доцільність найму та звільнення робітників на 30%, якщо виконання проекту дає підприємцю загальний прибуток $P_0=1000\cdot N$ *грн.;* робота повинна бути виконаною за термін $T_0=10\cdot N$ діб (тут N – порядковий номер студента у групі). У підприємця

16.2. Метод використання вершин функцій при багаторазовому

Під багаторазовим наймом та звільненням робітників у часі будемо розуміти кількаразовий перехід підприємства на змінену кількість робітників у часі згідно з даними табл. 16.1. У даному випадку ми розглядаємо виробничий цикл з 4-х місяців ($j=1,2,3,4$).

Таблиця 16.1

Ідеальна m_j та фактична x_j кількість робітників

Позначення	Кількість робітників по місяцях				
	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$
m_j	$m_0=3$	$m_1=1$	$m_2=3$	$m_3=6$	$m_4=1$
x_j	$x_0=3$	x_1	x_2	x_3	x_4

Початкова кількість робітників дорівнює $x_0= m_0=3$.

При визначенні найму та звільнення робітників по мінімуму витрат використовуються відомі формули [1; 18]

$$F_j= N_j(x_j,x_{j-1})+V_j(x_j,m_j)+ F_{j+1}(x_{j+1},x_j,m_{j+1}), \qquad (16.1)$$

де

$$N_j(x_j,x_{j-} \quad \begin{cases} 10\cdot|x_j-x_{j-1}|, \text{ якщо } x_j>x_{j-1}; \\ 5\cdot|x_j-x_{j-1}|, \text{ якщо } x_j<x_{j-1}; \end{cases}$$

$$V_j(x_j,m_j) \quad \begin{cases} 6\cdot|x_j-m_j|, \text{ якщо } x_j>m_j; \\ 11\cdot|x_j-m_j|, \text{ якщо } x_j<m_j; \end{cases}$$

$j=0,1,2,3,4$ – порядковий номер місяця виробничого циклу ($j=0$ – місяць перед початком циклу);

$N_j(x_j,x_{j-1})$ – витрати на поточному j-у місяці по найму та звільненню робітників у залежності від їх кількості x_j у поточному j-му місяці та кількості x_{j-1} у попередньому $(j-1)$-му місяці;

$V_j(x_j,m_j)$ – витрати на поточному j-му місяці для виробництва при відхиленні реальної кількості робітників x_j від ідеальної їх кількості m_j.

При $j=0$ нам відома початкова кількість робітників $x_0=3$.

У даному випадку ми вважаємо, що максимальний об'єм роботи, визначений через ідеальну кількість робітників, не змінюється по величині і у часі. Ідеальна кількість робітників визначена по роботі, яку можна виконати. Збільшувати об'єм цієї роботи ми не можемо; можемо лише його зменшувати за рахунок зменшення кількості робітників з метою, наприклад, зменшення збитків або збільшення прибутків. Невиконана робота для підприємця пропадає і більше не пропонується.

Внаслідок цього ми не можемо у звичному алгоритмі програмування прибутку зменшувати загальний термін виконання роботи за рахунок збільшення кількості робітників та відповідного збільшення витрат. Ми повинні лише порівняти, чи виправдане з точки зору прибутковості за даний термін у 4 місяці зменшення реальної кількості робітників x_j порівняно з ідеальною кількістю m_j.

Для цього розглянемо спочатку витрати на виробничий процес.

Якщо дотримуватись ідеальної кількості робітників ($x_j = m_j$), то підсумкові витрати $F_m = 85$ можуть бути визначені згідно з формулою

Таблиця 16.2

Витрати виробництва при ідеальній кількості робітників

$F_m = 10+20+30+25=85$

j	0	1	2	3	4
m_j	3	1	3	6	1
x_j	3	1	3	6	1
$N_j(x_j,x_{j-1})$	0	10	20	30	25
$V_j(x_j,m_j)$	0	0	0	0	0

Для мінімізації збитків, згідно з методом динамічного програмування [1; 18], при відомій початковій кількості робітників ($x_0=3$, $j=0$), рішення починається з кінця. Якщо відома кінцева кількість робітників, то розв'язання починається з початку. При двох відомих значеннях кількості робітників задачу можна розв'язувати як у прямому, так і у зворотному напрямках, і результат розрахунків буде однаковим.

Кількість етапів розрахунків дорівнює кількості місяців $n=4$. На кожному j-му етапі (j-му місяці):

1. Задаються діапазоном можливої кількості робітників на попередньому (j-1)-му етапі $x_{j-1}=0, 1, 2, 3,\ldots$ (максимальна величина x_{j-1} нам невідома, але початково вона приймається як найбільше значення ідеальної кількості робітників m_j^{max}=6 для всіх етапів).
2. Для кожного окремого значення $x_{j-1}=0, 1,\ldots, m_j^{max}$=const попереднього етапу задаються зростаючою кількістю робітників даного j-го етапу $x_j=0, 1, 2, 3,\ldots$ і враховують підсумкові витрати згідно з формулою (16.1).
3. Визначають перший мінімум функції F_j, бо ця функція є випуклою по відношенню до x_j, після чого збільшення x_j на даному етапі припиняємо.

Недоліком існуючого методу визначення мінімальних витрат, описаного в [1; 18], є занадто велика кількість розрахунків через використання на j-му етапі збільшеної кількості значень $x_j=0, 1, 2, 3,\ldots$. Ця кількість розрахунків значно зростає, якщо збільшується максимальне значення ідеальної кількості робітників (у нашому випадку m_j^{max}=6). Нижче описується ***метод використання вершин функцій***, який скорочує кількість значень x_j до двох детермінованих величин для кінцевого етапу та до трьох – для інших етапів незалежно від значення m_j^{max}. Крім того, за його допомогою можна використати нелінійні функції $N_j(z_j)$ та $V_j(h_j)$, де $z_j=a\cdot|x_j-x_{j-1}|$ та $h_j=b\cdot|x_j-m_j|$, а самі значення a та b залежать від найму та звільнення робітників і від відхилення реальної кількості робітників x_j від ідеальної кількості m_j: в цьому випадку зберігаються чіткі вершини функцій $N_j(z_j)$ та $V_j(h_j)$ при $x_j=x_{j-1}$ та $x_j=m_j$, при яких витрати стають мінімальними – дорівнюють нулю.

Для пояснення методу використання вершин функцій розглянемо

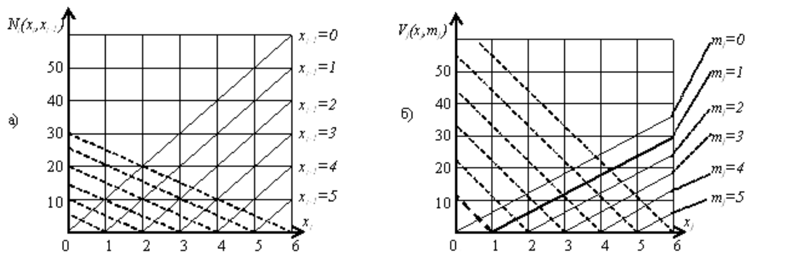

Рис. 16.2. Залежність витрат від поточної кількості робітників: а) – витрати від найму (безперервні лінії) та звільнення (штрихові лінії) робітників;
б) – втрати виробництва від відхилення реальної кількості робітників x_j у порівнянні з їх ідеальною кількістю m_j: при збільшенні реальної кількості (безперервні лінії) та зменшенні реальної кількості (штрихові лінії)

З рис. 16.2 випливає, що для останнього етапу Е4 при $m_4=1$ ми складаємо витрати $V_j(x_j,m_j)$ при $m_j=1=const$ (ця залежність на рис. 16.2,б виділена жирними лініями) з витратами $N_j(x_j,x_{j-1})$ рис. 16.2, а при змінних значеннях x_j (в даному випадку для останнього етапу Е4 ($j=4$)).

Для останнього етапу Е4 в формулі (16.1) складова $F_{j+1}(x_{j+1},x_j,m_{j+1})=0$.

Таким чином, для останнього етапу Е4:

1. Найменше значення $V_j(x_j,m_j)$ досягається при $x_4^* = m_4 =1$, тобто у вершині залежності $V_j(x_j,m_j)$ – в місці з'єднання безперервної та штрихової ліній. Саме тому в вершині при $x_j = m_j=1$ слід очікувати можливий мінімум функції F_j.
2. Найменше значення $N_j(x_j,x_{j-1})$ при заданих фіксованих величинах $x_{j-1}=0, 1,\ldots,6$ наступає в точках вершин функцій при $x_j^{**} =x_{j-1}=0, 1, \ldots,6$. Тому саме у вершині при $x_j^{**}= x_{j-1}$ слід очікувати можливий мінімум функції F_j.
3. У формулі (16.1) значення складової $F_{j+1}(x_{j+1},x_j,m_{j+1})$ дорівнює нулю, і тому вона не впливає на визначення мінімуму.

Таким чином, розрахунок кількості робітників на останньому етапі Е4 можна скоротити: практично для кожного $x_{j-1}=0, 1,\ldots,6$ розрахунок F_j потрібно виконувати лише при двох фіксованих значеннях:

$x_j^* = m_j$, або $x_4^*=m_4 =1;$

$x_j^{**} = x_{j-1}$ (при $x_{j-1}^{**} = x_{j-1}=0, 1,\ldots,6$).

Із цих двох отриманих значень функції F_j потрібно обрати найменше значення.

Результати розрахунків для етапу Е4 наведені в табл. 16.3.

Таблиця 16.3

Розрахунки для етапу Е4: $j=4$; $(j-1)=3$; $m_4=1$; $F_5(x_5,x_4,m_5)=0$

$x_{j-1}=x_3$	$x_j=x_4$	$N_j(x_j,x_{j-1})$	$V_j(x_j,m_j)$	F_5	$F_4(x_4,x_3,m_4)= N_j(x_j,x_{j-1})+ +V_j(x_j,m_j)+F_5$
0	1* 0	10·1=10 0	0 11·1=11	0 0	$\boxed{10+0+0=10*}$ 0+11+0=11
$\boxed{1}$	$\boxed{1*}$ 1	0 0	0 0	0 0	0+0+0=0* 0+0+0=0
2	1* 2	5·1=5 0	0 6·1=6	0 0	5+0+0=5* 0+6+0=6
3	1* 3	5·2=10 0	0 6·2=12	0 0	10+0+0=10* 0+12+0=12
4	1* 4	5·3=15 0	0 6·3=18	0 0	15+0+0=15* 0+18+0=18
5	1* 5	5·4=20 0	0 6·4=24	0 0	20+0+0=20* 0+24+0=24
6	1* 6	5·5=25 0	0 6·5=30	0 0	25+0+0=25* 0+30+0=30
7	1* 7	5·6=30 0	0 6·6=36	0 0	30+0+0=30* 0+36+0=36

Для етапу Е4 в табл. 16.3 для кожного значення $x_{j-1}=x_3=0, 1,\ldots,7$ оптимальне значення $x_j=x_4=1^*$ відповідає найменшим витратам $F_4 (x_4,x_3,m_4)$ і помічається зірочкою. При цьому виявляється, що функція $F_4 (x_4,x_3,m_4)$ ***має мінімальне значення*** при вершині $\boldsymbol{x_{j-1}=x_3=1}$.

Це означає, що на наступному етапі Е3 (при цьому $j=3$) ми повинні контролювати мінімум витрат по трьох вершинах $x_j = x_3$, для яких:

$x_j^* = m_j$, або $x_3^*=m_3 =6;$

$x_j^{**} = x_{j-1}$ (при $x_{j-1}^{**}=0, 1,\ldots,7$);

$x_j^{***} = x_{jF4}$, або $x_3^{***} =1$, що позначається рамкою в табл. 16.3 для колонки $x_{j-1}=x_3=1$ при мінімальному значенні $F_4 (x_4,x_3,m_4)=0$.

На етапі Е3 серед 3-х отриманих рішень для вказаних вершин обирається найменше значення витрат F_3, яке помічається зірочкою (табл. 16.4). При цьому ми бачимо, що якщо x_j^{***} не знаходиться в проміжку $x_j^* \ldots x_j^{**}$, то для нього розрахунок функції F_3 можна не виконувати.

Таблиця 16.4

Розрахунки для етапу Е3: $j=3; (j-1)=2; m_3=6;$ функція $F_4(x_4,x_3,m_4)$ обирається по табл. 16.3

$x_{j-1}=x_2$	$x_j=x_3$	$N_j(x_j,x_{j-1})$	$V_j(x_j,m_j)$	F_4	$F_3 (x_3,x_2,m_4)= N_j(x_j,x_{j-1})+ +V_j(x_j,m_j)+F_4$
0	6 0 1	10·6=60 0 10·1=10	0 11·6=66 11·5=55	25 10 0	60+0+25=85 0+66+10=76 10+55+0=65*
1	6 1 1	10·5=50 0 0	0 11·5=55 11·5=55	25 0 0	50+0+25=75 0+55+0=55* 0+55+0=55
2	6 2 1	10·4=40 0 5·1=5	0 11·4=44 11·5=55	25 5 0	40+0+25=65 0+44+5=49* 5+55+0=60
3	6 3 1	10·3=30 0 5·2=10	0 11·3=33 11·5=55	25 10 0	30+0+25=55 0+33+10=43* 10+55+0=65
4	6 4 1	10·2=20 0 5·3=15	0 11·2=22 11·5=55	25 15 0	20+0+25=45 0+22+15=37* 15+55+0=70
5	6 5 1	10·1=10 0 5·4=20	0 11·1=11 11·5=55	25 20 0	10+0+25=35 0+11+20=31* 20+55+0=75
$\boxed{6}$	6 $\boxed{6}$ 1	0 0 5·5=25	0 0 11·5=55	25 25 0	0+0+25=25 $\boxed{0+0+25=25^*}$ 25+55+0=75
7	6 7 1	5·1=5 0 5·6=30	0 6·1=6 11·5=55	25 30 0	5+0+25=30* 0+6+30=36 30+55+0=85

Для етапу Е3 в табл. 16.4 для кожного значення $x_2=0, 1,\ldots,7$ оптимальне значення $x_j=x_3$ відповідає найменшим витратам F_3 (x_3,x_2,m_3) і помічається зірочкою. Тут значення $x_{j-1}= 7$ додали у зв'язку з тим, що на етапі Е2 виявилась потреба точного визначення мінімуму функції $F_2\,(x_2,x_1,m_2$. При цьому виявляється, що функція F_3 (x_3,x_2,m_3) ***має мінімальне значення*** при вершині

$\boldsymbol{x_{j-1}=x_2=\boxed{6}}$.

Це означає, що на наступному етапі Е2 (при цьому $j=2$) ми повинні контролювати мінімум витрат по трьох вершинах $x_j = x_2$, для яких:

$x_j^* =m_j$, або $x_2^*=m_2 =3;$

$x_j^{**} = x_{j-1}$ (при $x_{j-1}^{**}=0, 1,\ldots,7);$

$x_j^{***} = x_{jF3}$, або $x_j^{***}=6$, що визначається по табл. 16.4 для колонки $x_{j-1}=x_2=6$ при мінімальному значенні F_3 $(x_3,x_2,m_3)=25$.

На етапі Е2 серед 3-х отриманих рішень для вказаних вершин обирається найменше значення витрат F_2, яке помічається зірочкою (табл. 16.5). При цьому ми бачимо, що якщо x_j^{***} не знаходиться в проміжку $x_j^*\ldots\ x_j^{**}$, то для нього розрахунок функції F_3 можна не виконувати.

Таблиця 16.5

Розрахунки для етапу Е2: *j=2; (j-1)=1; m₂=3;*
функція *F₃(x₃,x₂,m₃)* обирається по табл. 16.4

$x_{j-1}=x_1$	$x_j=x_2$	$N_j(x_j,x_{j-1})$	$V_j(x_j,m_j)$	F_3	$F_2\,(x_2,x_1,m_2)= N_j(x_j,x_{j-1})+$ $+V_j(x_j,m_j)+F_3$
0	3 0 6	10·3=30 0 10·6=60	0 11·3=33 6·3=18	43 65 25	30+0+43=73* 0+33+65=98 60+18+25=103
1	3 1 6	10·2=20 0 10·5=50	0 11·2=22 6·3=18	43 55 25	20+0+43=63* 0+22+55=77 50+18+25=83
2	3 2 6	10·1=10 0 10·4=40	0 11·1=11 6·3=18	43 49 25	10+0+43=53* 0+11+49=60 40+18+25=83
$\boxed{3}$	3 $\boxed{3}$ 6	0 0 10·3=30	0 0 6·3=18	43 43 25	$\boxed{0+0+43=43^*}$ 0+0+43=43 30+18+25=73
$\boxed{4}$	3 $\boxed{4}$ 6	5·1=5 0 10·2=20	0 6·1=6 6·3=18	43 37 25	5+0+43=48 $\boxed{0+6+37=43^*}$ 20+18+25=63
$\boxed{5}$	3 $\boxed{5}$ 6	5·2=10 0 10·1=10	0 6·2=12 6·3=18	43 31 25	10+0+43=53 $\boxed{0+12+31=43^*}$ 10+18+25=53

Продовження таблиці 16.5

$x_{j-1}=x_1$	$x_j=x_2$	$N_j(x_j,x_{j-1})$	$V_j(x_j,m_j)$	F_3	$F_2\,(x_2,x_1,m_2)=N_j(x_j,x_{j-1})+$ $+V_j(x_j,m_j)+F_3$
$\boxed{6}$	3	5·3=15	0	43	15+0+43=58
	$\boxed{6}$	0	6·3=18	25	$\boxed{0+18+25=43*}$
	6	0	6·3=18	25	0+18+25=43
7	3	5·4=20	0	43	20+0+43=63
	7	0	6·4=24	30	0+24+30=54
	6	5·1=5	6·3=18	25	5+18+25=48*

Для етапу Е2 в табл. 16.5 для кожного значення $x_{j-1}=x_2=0, 1,\ldots,7$ оптимальне значення $x_j=x_2$ відповідає найменшим витратам $F_2\,(x_2,x_1,m_2)$ і помічається зірочкою. При цьому виявляється, що функція $F_2\,(x_2,x_1,m_2)$ ***має мінімальне значення*** при вершинах $\boldsymbol{x_{j-1}=x_2=}$ $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$.

Це означає, що на наступному етапі Е2 (при цьому $j=2$) ми повинні контролювати мінімум витрат по кількох вершинах $x_j = x_2$, для яких:

$x_j^* = m_j$, або $x_1^*=m_1=1;$

$x_j^{**} = x_{j-1}$ (при $x_{j-1}^{**}= x_0 =3);$

$x_j^{***} = x_{jF2}$, або $x_j^{***} =3,4,5,6,$ що визначається по табл. 16.5 для колонки $x_{j-1}=x_2$ при мінімальному значенні $F_2\,(x_2,x_1,m_2)=43.$

На етапі Е1 серед отриманих рішень для вказаних вершин обирається найменше значення витрат F_1, яке помічається зірочкою (табл. 16.6). При цьому ми бачимо, що якщо x_j^{***} не знаходиться в проміжку $x_j^* \ldots\ x_j^{**}$, то для нього розрахунок функції F_2 можна не виконувати.

Таблиця 16.6

Розрахунки для етапу Е1: *j=1; (j-1)=0; m₁=1;*
функція *F₂(x₂,x₁,m₂)* обирається по табл. 16.5

$x_{j-1}=x_0$	$x_j=x_1$	$N_j(x_j,x_{j-1})$	$V_j(x_j,m_j)$	F_2	$F_1\,(x_1,x_0,m_1)=N_j(x_j,x_{j-1})+$ $+V_j(x_j,m_j)+F_2$
3	1	5·2=10	0	63	10+0+63=73
	3	0	6·2=12	43	0+12+43=55*
	4	10·1=10	6·3=18	43	10+18+43=71
	5	10·2=20	6·4=24	43	20+24+43=87

З табл. 16.6 виходить, що підсумкові мінімальні витрати на найм та звільнення робітників складають F_{min}=55 (рішення помічено зірочкою). Загальна кількість робітників першого етапу $x_1=3$.

З табл. 16.5 виходить, що $x_1=3$ відповідає оптимальне значення $x_2=3$.

З табл. 16.4 виходить, що $x_2=3$ відповідає оптимальне значення $x_3=3$.

З табл. 16.3 виходить, що $x_3=3$ відповідає оптимальне значення $x_4=1$.

Перевіримо отримані висновки щодо мінімальних витрат. Для цього розрахунки введемо у табл. 16.7.

Таблиця 16.7

Перевірка реальних витрат на найм та звільнення робітників $F_{min}=0+0+0+10+12+0+33+0=55$

j	0	1	2	3	4
m_j	3	1	3	6	1
x_j	3	3	3	3	1
$N_j(x_j,x_{j-1})$	0	0	0	0	5·2=10
$V_j(x_j,m_j)$	0	6·2=12	0	11·3=33	0

Дані табл. 16.7 підтверджують справедливість попередніх розрахунків.

Розглянемо отримані результати розрахунків у випадку, коли в функції $V_j(x_j,m_j)$ не враховані значення плати, отриманої за виконану роботу. Те, що плата не врахована, випливає хоча б з того, що коли реальна кількість робітників дорівнює ідеальній кількості $x_j=m_j$, то функція $V_j(x_j,m_j)=0$, в той час як в дійсності при таких умовах сплата та прибуток повинні бути найбільшими.

Очевидно, що визначена ідеальна кількість робітників є пропорційною загальному об'єму робіт, який в умовних одиницях дорівнює

$$P_0^{*}=\sum_{j=1}^{4} m_j = 1+3+6+1=11.$$

В результаті розрахунків ми отримали загальну кількість робітників

$$N_0^{**}=\sum_{j=1}^{4} x_j = 3+3+3+1=10.$$

У зв'язку з тим, що на етапі Е1 роботи не вистачає лише на одного робітника (а підприємство утримує $x_1=3$ робітники), то в дійсності підприємство виконає роботу

$$P_0^{**}=1+3+3+1=8,$$

або $\Delta P\%=(P_0^{**}/P_0^{*})\cdot 100=(8/11)\cdot 100=73\%$ всієї роботи.

Якщо допустити можливість виконання роботи в такому обсязі (відсутність наслідків у вигляді штрафів, розриву контрактів тощо), то слід очікувати зменшення оплати за виконану роботу на 27%. Тим самим (з урахуванням постійних витрат підприємства) скорочується сума, яка складає прибуток та зарплату робітників.

Підприємець отримує гроші та прибуток, а робітники – зарплату саме за виконану роботу, а не за зменшення витрат на утримання робітників.

Перед цим ми визначили, що якщо дотримуватись ідеальної кількості робітників ($x_j = m_j$), то підсумкові витрати $F_m = 10+50+15+10=85$. +

16.3. Моделювання витрат при багаторазовому наймі та звільненні робітників у часі з використанням діалогового

Розглянемо попередній приклад при введених ідентифікаторах:

m1:=1, m2:=3, m3:=6, m4:=1 – позначення ідеальної кількості робітників;

X0:=3 – позначення початкової кількості робітників;

X11, X21, X31, X41 – найм робітників у місяці з порядковим номером j=1, 2, 3, 4 $(x_j>m_j)$;

X12, X22, X32, X42 – звільнення робітників у місяці з порядковим номером j=1, 2, 3, 4 $(x_j<m_j)$;

X13, X23, X33, X43 – різниця між реальною x_j та ідеальною m_j кількістю робітників у місяці з порядковим номером j=1, 2, 3, 4 у випадку, коли $x_j>m_j$;

X14, X24, X34, X44 – різниця між реальною x_j та ідеальною m_j кількістю робітників у місяці з порядковим номером j=1, 2, 3, 4 у випадку, коли $x_j<m_j$;

F(X11, X12, X21, X22, X31, X32, X41, X42, X13, X14, X23, X24, X33, X34, X43, X44) – функція мети у вигляді витрат.

Розв’язання задачі в середовищі MathCAD наведено нижче.

```
ORIGIN:=1
F(X11, X12, X21, X22, X31, X32, X41, X42, X13, X14, X23, X24, X33,
X34, X43, X44):=
10·(X11+X21+X31+X41)...          (Найм робітників)
+5·(X12+X22+X32+X42)...          (Звільнення робітників)
+6·(X13+X23+X33+X43)...          (Більше ідеалу робітників)
+11·(X14+X24+X34+X44)...         (Менше ідеалу робітників)
X11:=0  X12:=0  X21:=0  X22:=0  X31:=0X32:=0   X41:=0   X42:=0
X13:=0  X14:=0  X23:=0  X24:=0  X33:=0X34:=0   X43:=0   X44:=0
m1:=1         m2:=3         m3:=6         m4:=1
```

GIVEN
Порівняння реальної кількості робітників x_j з ідеальною кількістю робітників m_j
(X0+X11-X12)-m1=X13-X14
[(X0+X11-X12)+X21-X22]-m2=X23-X24
[[(X0+X11-X12)+X21-X22]+X31-X32]-m3=X33-X34
[[[(X0+X11-X12)+X21-X22]+X31-X32]+X41-X42]-m4=X43-X44
Позитивність кількості робітників x_j
X0+X11-X12≥ 0
(X0+X11-X12)+X21-X22≥ 0
[(X0+X11-X12)+X21-X22]+X31-X32≥ 0
[[(X0+X11-X12)+X21-X22]+X31-X32]+X41-X42≥ 0
Обмеження по наявності роботи по ідеальній кількості робітників (наприклад, для 1-го місяця у вигляді *"X0+X11-X12<1"*) не можна вводити в математичну модель, тому що реальна кількість робітників може бути й більшою за ідеальну кількість. Але якщо ввести ці обмеження, то програма розрахує підвищені витрати.
Пояснення щодо введеного обмеження в діалоговий режим: отримав одночасно *X31=2.5* та *X32=0.5*. Але на третьому етапі E3 не можуть робітники найматись у кількості *X31=2.5* та звільнятись у кількості *X32=0.5*. Тому введене обмеження *X32=0*, в результаті чого отримав вірне рішення.
Треба відмітити, що MathCAD на наступному розрахунку дав інше початкове рішення (при тих же параметрах): *X32=0.5, X42=2.5, X34=2.5*.
Введене обмеження *X32=0*, і це знову дало вірне рішення.
Якщо математична модель має кілька вірних рішень, то MathCAD пропонує одне з них. Перевірка отриманого рішення з відомим іншим вірним рішенням може бути виконаною шляхом розрахунку підсумкових витрат в обох варіантах рішень.
Вводимо в діалоговому режимі обмеження
X32=0
Позитивність змінних:
X11≥ 0 X12≥ 0 X21≥ 0 X22≥ 0 X31≥ 0 X32≥ 0 X41≥ 0 X42≥ 0
X13≥ 0 X14≥ 0 X23≥ 0 X24≥ 0 X33≥ 0 X34≥ 0 X43≥ 0 X44≥ 0
P:=Miimize
(F,X11,X12,X21,X22,X31,X32,X41,X42,X13,X14,X23,X24,X33,X34, X43,X44)

P^T=

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0

…

…

	11	12	13	14	15	16
1	0	0	0	3	0	0

X1:=X0+P_1-P_2 X2:=X0+P_3-P_4 X3:=X0+P_5-P_6 X4:=X0+P_7-P_8
MathCAD отримав рішення, яке співпало з попереднім:
X1=3 X2=3 X3=3 X4=1
Витрати
$V:=10\cdot(P_1+P_3+P_5+P_7)+5\cdot(P_2+P_4+P_6+P_8)+6\cdot(P_9+P_{11}+P_{13}+P_{15})+11\cdot(P_{10}+P_{12}+P_{14}+P_{16})$
V=43

Наведені нижче обмеження по кількості робітників (по кількості роботи) може бути введене в діалоговому режимі MathCAD (при цьому отримується *рішення X1=1, X2=3, X3=3, X4=1* зі збільшенням витрат з *V=43* до *V=73*). Обмеження по кількості робітників (по об'єму роботи):

X0+X11-X12≤ 1 (X0+X11-X12)+X21-X22≤ 3 [(X0+X11-X12)+X21-X22]+X31-X32≤ 6 [[(X0+X11-X12)+X21-X22]+X31-X32]+X41-X42≤ 1

16.4. Визначення прибутку при наймі та звільненні робітників у часі з використанням

Припустимо, що ми маємо розподілену на 4 місяці роботу згідно з даними табл. 16.1.

Введемо ідентифікатори:

XP1, XP2, XP3, XP4 – щомісячна кількість працівників, які приносять реальний прибуток, бо їх кількість не перевищує ідеальної кількості робітників *mj*; з зароблених робітниками грошей підприємець отримує власний прибуток та видає заробітну плату всім робітникам;

X1, X2, X3, X4 – реальна щомісячна кількість робітників на підприємстві;

XH1, XH2, XH3, XH4 – щомісячна кількість найнятих робітників;

XZ1, XZ2, XZ3, XZ4 – щомісячна кількість звільнених робітників;

XMP1, XMP2, XMP3, XMP4 – надлишкова щомісячна кількість робітників по відношенню до ідеальної кількості *mj*;

XMN1, XMN2, XMN3, XMN4 – щомісячна недостача робітників по відношенню до ідеальної кількості *mj*;

m1=1, m2=3, m3=6, m4 =1– ідеальна щомісячна кількість робітників;

X0 =3 – початкова кількість працівників;

PR=500 – гроші, які приносить один з працівників *XP1, XP2, XP3, XP4* (сюди входять у розрахунку на одного ідеального робітника з кількості *m1, m2, m3, m4*: заробіток підприємства від замовника за виконану роботу мінус постійні витрати підприємства, мінус вартість матеріалів та енергії);

Z=300 – середня зарплата одного з працівників *X1, X2, X3, X4.*

Аналогічно попередньому вважаємо, що відхилення щомісячної кількості робітників по відношенню до ідеальної кількості m_j позначається на підприємницькій діяльності додатковими витратами.

```
ORIGIN:=1
X1:=0          X2:=0          X3:=0          X4:=0
XP1:=0         XP2:=0         XP3:=0         XP4:=0
XH1:=0         XH2=0          XH3:=0         XH4:=0
XZ1:=0         XZ2=0          XZ3:=0         XZ4:=0
XMP1:=0        XMP2:=0        XMP3:=0        XMP4:=0
XMN1:=0        XMN2:=0        XMN3:=0        XMN4:=0
 m1:= 1  m2:= 3  m3:=6  m1:=1
X0:=3  PR:=500  Z:=300
Функція мети:
F(XP1,XP2,XP3,XP4,X1,X2,X3,X4,XH1,XH2,XH3,XH4,XZ1,
XZ2,XZ3,XZ4,XMP1,XMP2,XMP3,XMP4,
XMN1,XMN2,XMN3,XMN4):=PR·( XP1+XP2+XP3+XP4) –
Z·(X1+X2+X3+X4) – - 10·(XH1+XH2+XH3+XH4) –
5·( XZ1+XZ2+XZ3+XZ4) –
- 6· (XMP1+XMP2+XMP3+XMP4) –
- 11·(XMN1+XMN2+XMN3+XMN4)
GIVEN
Реально працюючі люди:
X1≥ 0    X2≥ 0    X3≥ 0    X4≥ 0
Люди, які приносять прибуток своєю працею:
XP1≤  X1     XP2≤  X2     XP3≤  X3     XP4≤  X4
XP1≤  m1     XP2≤  m2     XP3≤  m3     XP4≤  m4
Врахування найму та звільнення
X1-X0-XH1+XZ1=0
X2-X1-XH2+XZ2=0
X3-X2-XH3+XZ3=0
X4-X3-XH4+XZ4=0
XZ1≥  0      XZ2≥  0      XZ3≥  0      XZ4≥  0
XH1≥  0      XH2≥  0      XH3≥  0      XH4≥  0
Врахування надлишку та недостачі людей
X1-XMP1+XMN1=m1
X2-XMP2+XMN2=m2
X3-XMP3+XMN3=m3
X4-XMP4+XMN4=m4
XMP1≥   0      XMP2≥   0      XMP3≥   0      XMP4≥   0
XMN1≥   0      XMN2≥   0      XMN3≥   0      XMN4≥   0
P:=Maximize(F,XP1,XP2,XP3,XP4,X1,X2,X3,X4,XH1,XH2,XH3,XH4,
XZ1,XZ2,XZ3,XZ4,XMP1,XMP2,XMP3,XMP4,XMN1,XMN2,XMN3,
XMN4)
```

$P^T=$

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	3	6	1	1	3	6	1

…

9	10	11	12	13	14	15	16
0	2	3	0	2	0	0	5

…

17	18	19	20	21	22	23	24
0	0	0	0	0	0	0	0

Завдання. Дані про зміну кількості робітників у часі наведено в табл. 16.8 для циклу з 4-х місяців ($j=1,2,3,4$). Початкова кількість робітників дорівнює $x_0= m_0=4$; $A=\sqrt{N}$, де N – порядковий номер студента у групі.

Таблиця 16.8

Ідеальна m_j та фактична x_j кількість робітників

Позначення	Кількість робітників по місяцях				
	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$
m_j	$m_0=4$	$m_1=1$	$m_2=3$	$m_3=A$	$m_4=1$
x_j	$x_0=4$	x_1	x_2	x_3	x_4

При визначенні найму та звільнення робітників по мінімуму витрат використати формулу

$$F_j= NZ_j(x_j,x_{j-1})+V_j(x_j,m_j)+ F_{j+1}(x_{j+1},x_j,m_{j+1}),$$

$$NZ_j(x_j,x_{j-1}) \quad \begin{cases} N\cdot|x_j-x_{j-1}|, \text{ якщо } x_j>x_{j-1}; \\ 0{,}5N\cdot|x_j-x_{j-1}|, \text{ якщо } x_j<x_{j-1}; \end{cases}$$

де

$$V_j(x_j,m_j) \quad \begin{cases} 0{,}7N\cdot|x_j-m_j|, \text{ якщо } x_j>m_j; \\ 1{,}2N\cdot|x_j-m_j|, \text{ якщо } x_j<m_j; \end{cases}$$

N – порядковий номер студента у групі;

$j=0,1,2,3,4$ – порядковий номер місяця виробничого циклу ($j=0$ – місяць перед початком циклу);

$NZ_j(x_j,x_{j-1})$ – витрати на поточному j-му місяці по найму та звільненню робітників у залежності від їх кількості x_j у поточному j-му місяці та кількості x_{j-1} у попередньому $(j-1)$-му місяці;

$V_j(x_j,m_j)$ – витрати на поточному j-му місяці для виробництва при відхиленні реальної кількості робітників x_j від ідеальної їх кількості m_j.

Виконати:

1. Графічну залежність витрат від поточної кількості робітників при наймі-звільненні та при відхиленні реальної кількості робітників x_j від їх ідеальної кількості m_j:..

2. Розрахунок кількості робітників при мінімізації витрат на найм та звільнення з застосуванням методу використання вершин функцій.

3. Моделювання витрат при наймі та звільненні робітників з використанням діалогового режиму в MathCAD.

4. Визначення прибутку при наймі та звільненні робітників у часі з використанням MathCAD. Параметри, яких не вистачає, довільним чином визначає студент.

16.5. Комбінаторно-граничний метод програмування найму та звільнення робітників

Розрахунок витрат при наймі та звільненні робітників

Розглядаємо виробничий цикл з 4-х місяців ($j=1,2,3,4$) (табл. 16.9) при початковій кількості робітників $x_0=3$.

Таблиця 16.9

Ідеальна m_j та фактична x_j кількість робітників

Позначення	Кількість робітників по місяцях				
	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$
m_j	-	$m_1=1$	$m_2=3$	$m_3=6$	$m_4=1$
x_j	$x_0=3$	x_1	x_2	x_3	x_4

Для аналізу процесу найму та звільнення робітників у комбінаторно-граничному методі програмування використаємо формулу

$$F_m = a_{HM}X_{HM} + a_{ZV}X_{ZV} + b_B X_B + b_M X_M = \\ =5X_{HM} + 2X_{ZV} + 6X_B + 11X_M \tag{16.3}$$

де

a_{HM}=5 – витрати при наймі одного робітника;

a_{ZV}=2 – витрати при звільненні одного робітника;

b_B= 6 – витрати на одного надлишкового робітника, якщо загальна кількість робітників $x_j > m_j$;

b_M= 11 – витрати на одного робітника, якого не вистачає для виконання робіт, якщо загальна кількість робітників $x_j < m_j$;

X_{HM} – загальна кількість наймів за весь термін роботи;

X_{ZV} – загальна кількість звільнень за весь термін роботи;

X_B – загальна кількість надлишкових робітників у порівнянні з ідеальною кількістю за весь термін роботи при $x_j > m_j$;

X_M – загальна кількість робітників, яких не вистачало до ідеальної кількості за весь термін роботи при $x_j < m_j$.

Гранично-комбінаторний метод застосовує такий алгоритм розрахунків:

1. На початку розрахунків перший місяць розглядається за умови, що реальна кількість робітників x_j точно дорівнює ідеальній кількості m_j, (тобто $x_j = m_j$).). Пояснюється це тим, що згідно з попередніми висновками мінімум витрат повинен знаходитись при $x_j = m_j$, або при $x_j = x_{j-1}$.При цьому визначаються значення X_{HM}, X_{ZV}, $X_B=0$, $X_M=0$ і по формулі (16.3) розраховуються витрати.
2. Далі, починаючи з 1-го місяця і переміщуючись до останнього місяця, щомісячно пробуємо спочатку збільшити реальну кількість робітників на одиницю по відношенню до ідеальної кількості, а потім зменшити її на одиницю. Якщо така дія в одному з напрямків супроводжується зменшенням витрат по формулі (16.3), то згідно з принципом Р. Беллмана на даному місяці продовжуємо подальшу зміну кількості робітників у тому ж напрямку до отримання чітко визначеного мінімуму. Якщо витрати збільшуються, то згідно з принципом Р. Беллмана ми забороняємо продовження розрахунків у цьому напрямку. Отриманий мінімум витрат помічаємо як мінімум для 1-го місяця.

Отриманий мінімум для 1-го місяця залишається без зміни для наступного місяця; уточнення мінімуму витрат на найом та звільнення робітників 2-го місяця виконується спробою спочатку збільшити реальну кількість робітників на одиницю по відношенню до ідеальної кількості, а потім зменшити її на одиницю з виконанням наступних розрахунків до отримання мінімуму. Отримані мінімуми для 1-го та 2-го місяців залишаються без зміни для наступного місяця і т.д. Таким чином ми уточнюємо оптимальну кількість робітників спочатку для 1-го місяця, потім для 2-го і т.д., поступово переміщуючись до кінця терміну робіт. Із табл. 16.10 видно, що на кожному місяці ми перевіряємо оптимальний напрямок зміни кількості робітників по зміні витрат. Реальний графік найму та звільнення робітників визначається по мінімуму витрат останнього 4-го місяця, на якому враховані результати мінімізації витрат для всіх місяців.

Згідно з табл. 16.10 розв'язок задачі має вигляд рішення для 4-го місяця $x_1=3$, $x_2=3$, $x_3=6$, $x_4=1$, мінімальні витрати $F=37$.

Розглянемо ще один приклад розрахунку найму та звільнення робітників за даними $x_0=2$, $m_1=2$, $m_2=5$, $m_3=3$, $m_4=1$; $a_{HM}=10$, $a_{ZV}=7$, $b_B= 8$, $b_M= 11$, для яких в [1] отримано оптимальне рішення $x_1=2$, $x_2=3$, $x_3=3$, $x_4=1$, мінімальні витрати $F=46$.

Таблиця 16.10

Розрахунок найму та звільнення робітників

Місяць	Реальна кількість робітників					X_{HM}; a_{HM}=5	X_{ZV}; a_{ZV}=2	X_B; b_B=6	X_M; b_M= 11	F_m	Коментар
	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4						
1	3	1	3	6	1	5	7	0	0	39	
1	3	2	3	6	1	4	6	1	0	38	
1	3	3	3	6	1	3	5	2	0	37	Мінімум 1-го, 2-го, 3-го, 4-го місяців
1	3	4	3	6	1	4	6	3	0	50	
2	3	3	4	6	1	3	5	3	0	43	
2	3	3	2	6	1	4	6	2	1	55	
3	3	3	3	5	1	2	4	2	1	41	
3	3	3	3	7	1	4	6	3	0	50	
4	3	3	3	6	0	3	6	2	1	50	
4	3	3	3	6	2	3	4	3	0	41	

Таблиця 16.11

Розрахунок найму та звільнення робітників

Місяць	Реальна кількість робітників					X_{HM}; a_{HM}=10	X_{ZV}; a_{ZV}=7	X_B; b_B=8	X_M; b_M= 11	F_m	Коментар
	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4						
1	2	2	5	3	1	3	4	0	0	58	Мінімум 1-го місяця
1	2	3	5	3	1	3	4	1	0	66	
1	2	1	5	3	1	4	5	0	1	86	
2	2	2	6	3	1	4	4	1	0	76	
2	2	2	4	3	1	2	3	0	1	52	
2	2	2	3	3	1	1	2	0	2	46	Мінімум 2-го, 3-го, 4-го місяців
2	2	2	2	3	1	1	2	0	3	57	
3	2	2	3	2	1	1	2	1	2	50	
3	2	2	3	4	1	2	3	1	2	71	
4	2	2	3	3	0	1	3	0	3	66	
4	2	2	3	3	2	1	1	1	2	47	

Як бачимо, подальші розрахунки можуть бути скорочені (особливо для великої кількості робітників), якщо перевіряти мінімум витрат при $x_j = m_j$, або при $x_j = x_{j-1}$.

Розрахунок прибутку при наймі та звільненні робітників

1. Якщо ми не можемо впливати на терміни та обсяги виконання робіт, по яких визначена ідеальна кількість робітників, то вважається, що ми знаємо не лише обсяги робіт, але й їх вартість та належний прибуток. Тому скорочення витрат згідно з попередніми розрахунками одночасно означає й збільшення прибутку.

2. Якщо всі роботи можна виконати за скорочений термін за умови найму більшої кількості робітників з дотриманням вказаної циклічності по обсягах робіт, то порівнюють згідно з програмуванням прибутку два розв'язки задачі. Наприклад, у даному випадку для скорочення удвічі термінів виконання робіт порівняно з даними табл. 16.11 потрібно виконати додатковий розрахунок для ідеальної кількості робітників $x_0=2$, $m_1=4$, $m_2=10$, $m_3=6$, $m_4=2$ (звернути увагу на те, що ця кількість робітників для виконання робіт повинна бути забезпеченою у загальному випадку відповідними матеріальними засобами з додатковими витратами). Наступне використання критеріїв оптимізації прибутку дасть змогу визначити найбільш вигідний варіант робіт.

Завдання

Таблиця 16.12

Ідеальна m_j та фактична x_j кількість робітників

Позначення	Кількість робітників по місяцях				
	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$
m_j	-	$m_1=10$	$m_2=N+3$	$m_3=2N$	$m_4=1$
x_j	$x_0=N$	x_1	x_2	x_3	x_4

a_{HM}=2N – витрати при наймі одного робітника;

a_{ZV}=N – витрати при звільненні одного робітника;

b_B= 2N – витрати на одного надлишкового робітника, якщо загальна кількість робітників $x_j> m_j$;

b_M= 5N – витрати на одного робітника, якого не вистачає для виконання робіт, якщо загальна кількість робітників $x_j< m_j$.