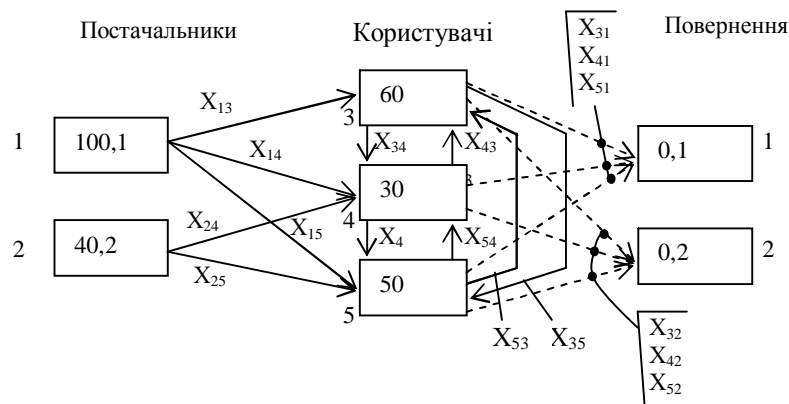


## 12. МЕТОД УРАХУВАННЯ ШЛЯХІВ МІЖ КОРИСТУВАЧАМИ З ПОВЕРНЕННЯМ ТРАНСПОРТУ В ПОЧАТКОВИЙ ПУНКТ

### 12.1. Мінімізація витрат при обмеженій кількості транспортних засобів у постачальника

**П**риклад подібної мережі наведений на рис. 12.1. Вантажі постачальників та користувачів показані в прямокутниках. Шляхи повернення в початкові пункти показані штриховими лініями.



**Рис. 12.1. Мережа шляхів транспортної задачі**

Тарифи постачання транспортної задачі наведені в табл. 12.1 ( $i=1,2$  – постачальники;  $j=3,4,5$  – користувачі; шляхи між користувачами затемнені); поряд з тарифом вказане позначення вантажу  $X_{ij}$  даної комірки ( $i$  – номер постачальника,  $j$  – номер користувача;  $i \neq j$ ). Треба враховувати, що  $X_{i,j} = X_{j,i}$ .

Таблиця 12.1

## Тарифи постачання транспортної задачі

		j=3	j=4	j=5	i=1	i=2
		60	30	50	0,1	0,2
i=1	100,1	3; $X_{13}$ ;	7; $X_{14}$ ;	2; $X_{15}$ ;		
i=2	40,2	-	5; $X_{24}$ ;	8; $X_{25}$ ;		
j=3	60	-	4; $X_{34}$ ;	10; $X_{35}$ ;	200; $X_{31}$	300; $X_{32}$
j=4	30	4; $X_{43}$ ;	-	11; $X_{45}$ ;	400; $X_{41}$	500; $X_{42}$
j=5	50	10; $X_{53}$ ;	11; $X_{54}$ ;	-	250; $X_{51}$	250; $X_{52}$

Треба нагадати, що математична модель, яка використовується нижче, є оптимізаційною і щоразу, при будь-яких змінах моделі, пропонує найліпше розв'язання задачі, яке забезпечує мінімальні витрати. Для забезпечення таких мінімальних витрат математична модель вказує, скільки транспортів потрібно відправити з кожного пункту постачання; з урахуванням наявності проміжних шляхів між користувачами – скільки транспортів потрібно відправити по проміжних шляхах. Тобто з суто математичної точки зору модель ставить і перед програмістом свої вимоги, які не завжди відповідають практичним можливостям.

Як приклад розв'язання подібних задач розглянемо випадок, коли з кожного місця постачання відходить один транспорт, який забирає весь вантаж даного місця, перевозить його з найменшими витратами до користувачів і потім повертається на своє початкове місце. Вважаємо, що з місць постачання кожний транспорт забирає незначну вагу, яку він зобов'язаний повернути: таким чином, ці місця постачання практично розглядаються як звичайні користувачі. Наприклад, постачальник  $i=1$  повинен перевезти вантаж 100, а ми вказуємо йому додатковий **вантаж повернення** 0,1, і тому він змушений перевозити вантаж 100,1; вантаж повернення вносить незначну додаткову **похибку у розрахунки, яку можна врахувати після визначення оптимального розподілу вантажу**.

Така постановка питання не забороняє й іншого напрямку моделювання транспортних процесів, коли, наприклад, для одного

пункту обмежується кількість транспортів, що використовується, а для іншого пункту постачання такі обмеження взагалі відсутні або використовуються лише частково (наприклад, треба три транспортні, а у нас використовуються два, які забирають весь вантаж).

Тому що **вантаж повернення** є відомою постійною величиною (хоча вона й різна для кожного транспорту), то можна визначити тариф, який точно відповідає вартості холостого ходу транспорту на зворотному шляху у свій пункт. Можна врахувати також похибку від перевезення вантажу повернення.

Таким же чином можна врахувати й непорожній зворотний рейс транспорту.

Програма в MathCAD наведена нижче.

```

ORIGIN:=1
Функція мети:
F(X13,X14,X15,X24,X25,X34,X35,X43,X45,X53,X54,X31,X41,X51,
X32,X42,X52):=3·X13+7·X14+2·X15+5·X24+8·X25...
+4·X34+10·X35+4·X43+11·X45+10·X53+11·X54...
+200·X31+400·X41+250·X51+300·X32+500·X42+150·X52
Початкові умови:
X13:=0 X14:=0 X15:=0 X24:=0 X25:=0 X34:=0 X35:=0
X43:=0 X45:=0 X53:=0 X54:=0 X31:=0 X41:=0 X51:=0
X32:=0 X42:=0 X52:=0
GIVEN
Постачальники:
X13+ X14+ X15=100.1
X24+ X25=40.2
Користувачі:
X13+X43+X53-X34-X35-X31-X32=60
X14+X24+X34+X54 - X43 - X45-X41-X42=30
X15+X25+X35+X45 - X53 - X54-X51-X52=50
Повернення:
X31+X41+X51=0.1
X32+X42+X52=0.2
Позитивність змінних:
X13≥0 X14≥0 X15≥0 X24≥0 X25≥0
X34≥0 X35≥0 X43≥0 X45≥0 X53≥0 X54≥0
X31≥0 X41≥0 X51≥0 X32≥0 X42≥0 X52≥0
Діалоговий метод обмеження використання шляхів:
X14=0 X15=0 X35=0 X34=40.1 X45=10.1 X25=40.2 X53=0
X31=0
P:=Minimize
(F,X13,X14,X15,X24,X25,X34,X35,X43,X45,X53,X54,X31,X41,X51,X
32,X42,X52)

```

$$P^T = \begin{array}{c} \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ \hline 1 & 100.1 & 0 & 0 & 0 & 40.2 & 40.1 & 0 & 7.105 \cdot 10^{-15} & 10.1 & 0 & 5.329 \cdot 10^{-15} \\ \hline \end{array} \\ \dots \\ \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 \\ \hline 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0.2 \\ \hline \end{array} \\ \dots \end{array}$$

$$K1 := 3 \cdot P_1 + 7 \cdot P_2 + 2 \cdot P_3 + 5 \cdot P_4 + 8 \cdot P_5 + 4 \cdot (P_6 + P_8) \dots$$

$$+ 10 \cdot (P_7 + P_{10}) + 11 \cdot (P_9 + P_{11}) \dots$$

$$+ 300 \cdot P_{12} + 400 \cdot P_{13} + 250 \cdot P_{14} + 300 \cdot P_{15} + 500 \cdot P_{16} + 150 \cdot P_{17}$$

$$K1 = 948.4$$

Програмування ведеться в діалоговому режимі, в результаті якого програміст поступово по одному вводить в математичну модель обмеження на наступні шляхи:  $X_{14}=0$ ;  $X_{15}=0$ ;  $X_{35}=0$ ;  $X_{34}=40.1$ ;  $X_{45}=10.1$ ;  $X_{25}=40.2$ ;  $X_{53}=0$ ;  $X_{31}=0$ . Тобто кожному обмеженню відповідає математична модель в MathCAD і для пояснення введених 8 обмежень потрібно навести 9 моделей MathCAD.

Пояснення щодо цих обмежень з відповідними моделями MathCAD не наведені, але вони ґрунтуються на тому, що, наприклад, для забезпечення оптимальності перевезення в наведеній мережі: не може вантаж "0.1" переміщуватись між користувачами окремо від основного вантажу; не може вантаж "0.2" довільно розділятися на два вантажі ("0.1" + "0.1"); не може вантаж "0.1" перетворюватися на вантаж "0.2" або "0.3" і навпаки; не може вага "10" постачатись у вигляді "9.8" тощо. Усі вказані обмеження шляхів легко обґрунтовуються при поступовому їх введенні в математичну модель.

У даній моделі з урахуванням обмеження шляхів ( $X_{14}=0$ ;  $X_{15}=0$ ;  $X_{35}=0$ ;  $X_{34}=40.1$ ;  $X_{45}=10.1$ ;  $X_{25}=40.2$ ;  $X_{53}=0$ ;  $X_{31}=0$ ) отримали мінімальні витрати  $K1=948.4$  та змінні:  $X_{13}=100.1$ ;  $X_{25}=40.2$ ;  $X_{34}=40.1$ ;  $X_{45}=10.1$ ;  $X_{51}=0.1$ ;  $X_{52}=0.2$ .

З цих змінних випливає, що *Авто 1* з п. 1 завозить вантаж  $X_{13}=100.1$  в п. 3 і залишає там вантаж 60; залишений вантаж  $X_{34}=40.1$  *Авто 1* перевозить в п. 4 і залишає там вантаж 30; залишений вантаж  $X_{45}=10.1$  *Авто 1* перевозить в п. 5 і залишає вантаж 10; залишений вантаж  $X_{51}=0.1$  *Авто 1* перевозить в п. 1 (тобто повертається в початковий пункт).

З п. 2 *Авто 2* завозить вантаж  $X_{25}=40.2$  в п. 5 і залишає там вантаж 40; залишений вантаж  $X_{52}=0.2$  перевозить в п. 2 (тобто повертається в початковий пункт).

Задача розв'язана.

Якщо вилучити усі введені обмеження шляхів ( $X_{14}=0$ ;  $X_{15}=0$ ;  $X_{35}=0$ ;  $X_{34}=40.1$ ;  $X_{45}=10.1$ ;  $X_{25}=40.2$ ;  $X_{53}=0$ ;  $X_{31}=0$ ), то отримуємо мінімальні витрати  $K1=551.9$  та змінні:  $X_{13}=60.1$ ;  $X_{15}=40$ ;  $X_{24}=30$ ;  $X_{25}=10.2$ ;  $X_{31}=0.1$ ;  $X_{52}=0.2$ . Це вказує, що з обох початкових пунктів ми повинні відправити по два транспорти. Якщо ці транспорти є в дійсності, то ми зменшимо витрати до  $K1=551.9$ , але задача якраз і

полягає у тому, щоб бажане зменшення витрат привести у відповідність з нашими реальними можливостями по перевезенню

## 12.2. Інтенсифікація прибутку

Як функцію мети візьмемо мінімізацію підсумку добутоків часу перевезення на вартість та на вагу перевезення. В таблицю транспортної задачі введемо дані, наведені в табл. 12.2.

**Таблиця 12.2**

**Дані, які введені в таблицю транспортної задачі**

№	Найменування	Позначення
1	Витрати на перевезення одиниці вантажу	$A_{i,j}$
2	Час перевезення вантажу комірки	$t_{i,j}$
3	Постачання комірки	$x_{i,j}$

Розміщення даних табл. 12.2 в кожній  $(i,j)$ -комірці транспортної задачі наведено в табл. 12.3.

**Таблиця 12.3**

**Розміщення даних в  $(i,j)$ -комірці транспортної задачі**

$A_{i,j}$	$t_{i,j}$
$x_{i,j}$	

Дані наведені в табл. 12.4.

**Таблиця 12.4**

**Таблиця транспортної задачі:  $i=1,2$  – постачальники вантажу 100 та 40;  $j=3,4,5$  – користувачі вантажу 60, 30, 50**

		3	4	5	1	2
		60	30	50		
1	100,1	3;7; X13	7;0,5; X14	2;3; X15		
2	40,2	-	5;2; X24	8;0,7; X25		
3	60	-	4;1; X34	10;0,1; X35	200;5; X31	300;8; X32
4	30	4;1; X43	-	11;0,2; X45	400;0,4; X41	500;1,5; X42
5	50	10;0,1; X53	11;0,2; X54	-	250;0,5; X51	150;0,5; X52

Програма в MathCAD наведена нижче.

```

ORIGIN:=1
Функція мети:
F(X13,X14,X15,X24,X25,X34,X35,X43,X45,X53,X54):=(3·7)·X13+
(7·0.5)·X14+(2·3)·X15+(5·2)·X24+(8·0.7)·X25...
+(4·1)·X34+(10·0.1)·X35+(4·1)·X43+(11·0.2)·X45+(10·0.1)·X53+
(11·0.2)·X54...
+(200·5)·X31+(400·0.4)·X41+(250·2)·X51+(300·8)·X32+(500·1.5)·X42+
(150·0.5)·X52
Початкові умови:
X13:=0 X14:=0 X15:=0 X24:=0 X25:=0 X34:=0 X35:=0
X43:=0 X45:=0 X53:=0 X54:=0 X31:=0 X41:=0 X51:=0 X32:=0
X42:=0 X52:=0
GIVEN
Постачальники:
X13+ X14+ X15=100.1
X24+ X25=40.2
Користувачі:
X13+X43+X53-X34-X35-X31-X32=60
X14+X24+X34+X54 - X43 - X45-X41-X42=30
X15+X25+X35+X45 - X53 - X54-X51-X52=50
Додатність змінних:
X13≥0 X14≥0 X15≥0 X24≥0 X25≥0
X34≥0 X35≥0 X43≥0 X45≥0 X53≥0 X54≥0
X31≥0 X32≥0 X41≥0 X42≥0 X51≥0 X52≥0
X52=0.2 X53=60.1 X45=70.1 X35=0 X34=0
Мінімізація функції мети
P:=Minimize
(F,X13,X14,X15,X24,X25,X34,X35,X43,X45,X53,X54,X31,X41,X51,
X32,X42,X52)
PT=


|     |     |                         |                         |    |      |     |   |   |      |      |    |     |
|-----|-----|-------------------------|-------------------------|----|------|-----|---|---|------|------|----|-----|
|     | 1   | 2                       | 3                       | 4  | 5    | 6   | 7 | 8 | 9    | 10   | 11 |     |
| 1   | 0   | 100.1                   | 7.105·10 <sup>-15</sup> | 0  | 40.2 | 0   | 0 | 0 | 70.1 | 60.1 | 0  | ... |
| ... | 12  | 13                      | 14                      | 15 | 16   | 17  |   |   |      |      |    |     |
|     | 0.1 | 7.105·10 <sup>-15</sup> | 0                       | 0  | 0    | 0.2 |   |   |      |      |    |     |


K1:=3·P1+7·P2+2·P3+5·P4+8·P5+4·(P6+P8)+10·(P7+P10)+11·(P9+P11)...
+200·P12+400·P13+250·P14+300·P15+500·P16+150·P17
K1=2.444x103

```

**В моделі по зменшенню витрат** з урахуванням обмеження шляхів ( $X14=0$ ;  $X15=0$ ;  $X35=0$ ;  $X34=40.1$ ;  $X45=10.1$ ;  $X25=40.2$ ;  $X53=0$ ;  $X31=0$ ) отримали мінімальні витрати  $K1=948.4$  та змінні:  $X13=100.1$ ;  $X25=40.2$ ;  $X34=40.1$ ;  $X45=10.1$ ;  $X51=0.1$ ;  $X52=0.2$ .

Як початкові дані, що дають максимально можливий прибуток, при заданих умовах використовуємо результати, отримані в розділі 12.1:

- витрати  $KI_0=948,4$ ;
- час  $T_0=(7+0,7+1+0,2+2+0,5)=11,4$  (отримаємо по завантажених постачанням комірках та даних табл. 12.4);
- вважаємо прибуток  $P_0=3500$ .

**Аналогічні результати розрахунку інтенсифікації прибутку:**

- витрати  $KI_1=2440$ ;
- час  $T_1=(0,5+0,7+0,2+0,1+5+0,5)=7$ ;
- вважаємо прибуток  $P_K=P_0 - (KI_1 - KI_0) = 3500 - (2440 - 948,4) = 1491,6$ .

Програмування по моделі інтенсифікації прибутку показує, що внаслідок скорочення часу експлуатації транспорту можливий прибуток складає  $P_I=[P_0 - (KI_1 - KI_0)] \cdot (T_0 / T_1) = (3500 - (2440 - 948,4)) \cdot (11,4/7) = 2430$  або зменшується в  $2430/3500 = 0,697$  раза, що вказує на недоцільність використання моделі інтенсифікації.

### 12.3. Оптимізація об'єму вантажів постачальників та користувачів

Вважаємо, що фірма має кілька місць постачання, і треба визначити, який вантаж повинно постачати кожне з них з наступним поверненням транспорту на своє початкове місце. Вважаємо, що з місць постачання кожний транспорт забирає незначну вагу, яку він зобов'язаний повернути: таким чином, після виїзду транспорту місця постачання практично розглядаються як звичайні користувачі, яким постачається вага повернення.

Тому що **вага повернення** є відомою постійною величиною (хоча вона й різна для кожного транспорту), можна визначити тариф, який точно відповідає вартості холостого ходу транспорту.

Спочатку моделювання виконується без ваг повернення; потім у залежності від визначення кількості задіяних шляхів вони вводяться в процесі діалогу в математичну модель.

Приклад подібної мережі наведений на рис. 12.2. Вантажі постачальників та користувачів показані в прямокутниках. Шляхи повернення транспорту в початкові пункти показані штриховими лініями.

Тарифи постачання транспортної задачі наведені в табл. 12.5 ( $i=1,2$  – постачальники;  $j=3,4,5$  – користувачі; шляхи між користувачами затемнені); поряд з тарифом вказане позначення вантажу  $X_{ij}$  даної комірки ( $i$  – номер постачальника,  $j$  – номер

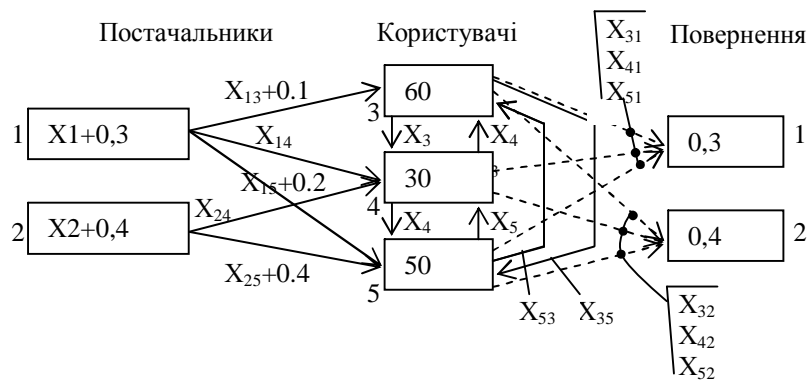


Рис. 12.2. Мережа шляхів транспортної задачі.

Таблиця 12.5

Тарифи постачання транспортної задачі

		j=3	j=4	j=5	i=1	i=2
		60	30	50	0,1	0,2
i=1	X1+0,3	3; X <sub>13</sub> ;	7; X <sub>14</sub> ;	2; X <sub>15</sub> ;		
i=2	X2+0,4	-	5; X <sub>24</sub> ;	8; X <sub>25</sub> ;		
j=3	60	-	4; X <sub>34</sub> ;	10; X <sub>35</sub> ;	200; X <sub>31</sub>	300; X <sub>32</sub>
j=4	30	4; X <sub>43</sub> ;	-	11; X <sub>45</sub> ;	400; X <sub>41</sub>	500; X <sub>42</sub>
j=5	50	10; X <sub>53</sub> ;	11; X <sub>54</sub> ;	-	250; X <sub>51</sub>	150; X <sub>52</sub>

Програма в MathCAD наведена нижче.

```

ORIGIN:=1
Функція мети:
F(X1,X2,X13,X14,X15,X24,X25,X34,X35,X43,X45,
X53,X54,X31,X41,X51,X32,X42,X5):=3·X13...
+7·X14+2·X15+5·X24+8·X25...
+4·X34+10·X35+4·X43+11·X45+10·X53+11·X54...
+200·X31+400·X41+250·X51+300·X32+500·X42+150·X52
Початкові умови:
X1:=0 X2:=0
X13:=0 X14:=0 X15:=0 X24:=0 X25:=0 X34:=0 X35:=0
X43:=0 X45:=0 X53:=0 X54:=0 X31:=0 X41:=0 X51:=0
X32:=0 X42:=0 X52:=0
130

```



GIVEN

**Постачальники:**  
 $X1+X2=140$       *Загальне постачання від двох постачальників для користувачів.*  
 $X13+ X14+ X15=X1+0.3$       *Постачальник 1: в результаті моделювання враховується наявність двох транспортів з вагами повернення 0,1; 0,2.*  
 $X24+ X25=X2+0.4$       *Постачальник 2: в результаті моделювання враховується наявність одного транспорту з вагою повернення 0,4.*

**Користувачі:**  
 $X13+X43+X53-X34-X35-X31-X32=60$   
 $X14+X24+X34+X54 - X43 - X45-X41-X42=30$   
 $X15+X25+X35+X45 - X53 - X54-X51-X52=50$

**Повернення:**  
 $X31+X41+X51=0.3$   
 $X32+X42+X52=0.4$

**Позитивність змінних:**  
 $X1 \geq 0$     $X2 \geq 0$   
 $X13 \geq 0$     $X14 \geq 0$     $X15 \geq 0$     $X24 \geq 0$     $X25 \geq 0$   
 $X34 \geq 0$     $X35 \geq 0$     $X43 \geq 0$     $X45 \geq 0$     $X53 \geq 0$     $X54 \geq 0$   
 $X31 \geq 0$     $X41 \geq 0$     $X51 \geq 0$     $X32 \geq 0$     $X42 \geq 0$     $X52 \geq 0$

**Диалоговий метод обмеження використання шляхів:**  
 $X1=110$     $X2=30$     $X13=60.1$     $X24=30.4$     $X43=0$     $X45=0$     $X35=0$   
 $X31=0.1$     $X51=0.2$

**Рішення**  
P:=Minimize  
(F, X1, X2, X13, X14, X15, X24, X25, X34, X35, X43, X45, X53, X54, X31, X41, X51, X32, X42, X52)

$p^T =$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	...
1	100	30	60.1	0	50.2	30.4	$-3.664 \cdot 10^{-15}$	0	0	0	0	

...

12	13	14	15	16	17	18	19
0	0	0.1	0	0.2	$1.416 \cdot 10^{-15}$	0.4	$-1.149 \cdot 10^{-14}$

$K1 := 3 \cdot P_3 + 7 \cdot P_4 + 2 \cdot P_5 + 5 \cdot P_6 + 8 \cdot P_7 + 4 \cdot (P_8 + P_9) \dots$   
 $+ 10 \cdot (P_{10} + P_{11}) + 11 \cdot (P_{12} + P_{13}) \dots$   
 $+ 300 \cdot P_{14} + 400 \cdot P_{15} + 250 \cdot P_{16} + 300 \cdot P_{17} + 500 \cdot P_{18} + 150 \cdot P_{19}$   
 $K1 = 712.7$

Якщо з математичної моделі вилучити обмеження використання шляхів  
 $X1=110$     $X2=30$     $X13=60.1$     $X24=30.4$     $X43=0$     $X45=0$     $X35=0$     $X31=0.1$   
 $X51=0.2$ ,

то вона дасть “своє бачення” оптимальності розподілу, яке в деталях розподілу дещо відрізняється від отриманого, але замість витрат  $KI=712.7$  отримуються витрати  $KI=581.7$ .

Аналогічний підхід можна використати для оптимального розподілу постачання між користувачами. В цьому випадку в математичній моделі використовуються рівняння для користувачів

<b>Користувачі:</b>	
$X_{13}+X_{43}+X_{53}-X_{34}-X_{35}-X_{31}-X_{32}=X_3$	– користувач j=3;
$X_{14}+X_{24}+X_{34}+X_{54} - X_{43} - X_{45}-X_{41}-X_{42}=X_4$	– користувач j=4;
$X_{15}+X_{25}+X_{35}+X_{45} - X_{53} - X_{54}-X_{51}-X_{52}=X_5$	– користувач j=5;
$X_3+X_4+X_5=140$	– у сукупності усі користувачі отримують вантаж 140

з наступним використанням обмеженості використання шляхів для адаптації математичної моделі до реальних умов.

Нижче наведена математична модель в MathCAD для визначення оптимального вантажу користувачів та постачальників за умови зменшення витрат та при загальному обмеженні вантажу величиною

```

ORIGIN:=1
Функція мети:
F(X1,X2,X3,X4,X5,X13,X14,X15,X24,X25,X34,X35,X43,X45,X53,X54...
+X31,X41,X51,X32,X42,X52):=3·X13...
+7·X14+2·X15+5·X24+8·X25...
+4·X34+10·X35+4·X43+11·X45+10·X53+11·X54...
+200·X31+400·X41+250·X51+300·X32+500·X42+150·X52
Початкові умови:
X1:=0 X2:=0 X3:=0 X4:=0 X5:=0
X13:=0 X14:=0 X15:=0 X24:=0 X25:=0 X34:=0 X35:=0
X43:=0 X45:=0 X53:=0 X54:=0 X31:=0 X41:=0 X51:=0
X32:=0 X42:=0 X52:=0
GIVEN
Вантажі постачальників та користувачів:
X1+X2=140 Постачальники
X3+X4+X5=140 Користувачі
Вихідні вантажі від постачальників:
X13+ X14+ X15=X1+0.3
X24+ X25=X2+0
Користувачі:
X13+X43+X53-X34-X35-X31-X32=X3
X14+X24+X34+X54 - X43 - X45-X41-X42=X4
X15+X25+X35+X45 - X53 - X54-X51-X52=X5
Постачальник 1: в результаті моделювання враховується наявність одного транспорту від даного постачальника з вагою повернення 0,3.
Постачальник 2: в результаті моделювання враховується відсутність повернення його транспорту в початковий пункт.
Вага повернення дорівнює 0 і може не вказуватися при моделюванні.

```

**Повернення:**  
 $X_{31}+X_{41}+X_{51}=0.3$   
 $X_{32}+X_{42}+X_{52}=0$

**Позитивність змінних:**  
 $X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \geq 0 \quad X_4 \geq 0 \quad X_5 \geq 0$   
 $X_{13} \geq 0 \quad X_{14} \geq 0 \quad X_{15} \geq 0 \quad X_{24} \geq 0 \quad X_{25} \geq 0$   
 $X_{34} \geq 0 \quad X_{35} \geq 0 \quad X_{43} \geq 0 \quad X_{45} \geq 0 \quad X_{53} \geq 0 \quad X_{54} \geq 0$   
 $X_{31} \geq 0 \quad X_{41} \geq 0 \quad X_{51} \geq 0 \quad X_{32} \geq 0 \quad X_{42} \geq 0 \quad X_{52} \geq 0$

**Діалоговий метод обмеження використання шляхів:**  
 $X_{13}=0 \quad X_{31}=0$   
 $P:=\text{Minimize}$   
 $(F, X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_{13}, X_{14}, X_{15}, X_{24}, X_{25}, X_{34}, X_{35}, X_{43}, X_{45}, X_{53}, X_{54}, X_{31}, X_{41}, X_{51}, X_{32}, X_{42}, X_{52})$

$P^T =$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	...
1	140	$1.138 \cdot 10^{-14}$	0	0	140	0	0	140.3	0	0	0	...

	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
...	0	0	0	0	0	0	0	0.3	0	0	0

$K1 := 3 \cdot P_6 + 7 \cdot P_7 + 2 \cdot P_8 + 5 \cdot P_9 + 8 \cdot P_{10} + 4 \cdot (P_{11} + P_{12}) \dots$   
 $+ 10 \cdot (P_{13} + P_{14}) + 11 \cdot (P_{15} + P_{16}) \dots$   
 $+ 300 \cdot P_{17} + 400 \cdot P_{18} + 250 \cdot P_{19} + 300 \cdot P_{20} + 500 \cdot P_{21} + 150 \cdot P_{22}$   
 $K1 = 355.6$

**Завдання**

1. Розглянути оптимізацію перевезень у транспортній задачі з урахуванням шляхів між користувачами та поверненням транспорту у початкові місця згідно з даними, наведеними у табл. 12.6. Скласти граф, який з'єднує постачальників та користувачів. Пояснити отримані маршрути.

**Таблиця 12.6**

**Тарифи постачання транспортної задачі**

		j=3	j=4	j=5	i=1	i=2
		10N	20	50		
i=1	5N	N; $X_{13}$ ;	0,1N; $X_{14}$ ;	2N; $X_{15}$ ;		
i=2	5N+70	7; $X_{23}$ ;	2; $X_{24}$ ;	0,3N; $X_{25}$ ;		
j=3	10N	-	8; $X_{34}$ ;	3; $X_{35}$ ;	2N; $X_{31}$	30N; $X_{32}$
j=4	20	8; $X_{43}$ ;	-	15; $X_{45}$ ;	600; $X_{41}$	5N; $X_{42}$
j=5	50	3; $X_{53}$ ;	15; $X_{54}$ ;	-	3N; $X_{51}$	350; $X_{52}$

2. На базі табл. 12.6 скласти власну таблицю і отримати дані для моделей максимізації та інтенсифікації прибутку.

3. Окремо навести діалоговий режим з поясненнями для:

- примусового розділу вантажу (по вантажності транспорту або через фізичну неможливість перевезення вантажу, вказаного математичною моделлю);
- примусової зміни кількості маршрутів від одного постачальника (в бік збільшення або зменшення);
- перевезення вантажу, який не належить постачальнику, між двома користувачами;
- повернення транспорту у власний початковий пункт та в інший (визначається студентом) початковий пункт.