УДК 519.8:629.584

Трунов О.М., Миколаївський державний гуманітарний університет імені Петра Могили

Визначення оптимальних параметрів технологічного підводного апарата

Визначено вплив конструктивних та експлуатаційних параметрів на оптимальні значення вантажопідйомності та швидкості. Встановлено взаємозв'язок конструктивних та техніко-економічних пераметрів. Розроблений алгоритм для техніко-економічного аналізу проективних рішень.

The influence of design parameters on optimal carring capacity and speed is defined. The interdependence between the design and technic-economical parameters is determined. An algorithm for technic-economical analizing of project decision is developed.

Процесс проектування технологічних підводних апаратів пов'язаний із задачею про оптимальну швидкість та вантажопідйомність технологічних засобів для підводних перевезень та робіт. *Загальною проблемою* проектування технологічного устаткування у глибоководній техніці на стадії передескізного та ескізного проекту є задача вибору проектних значень цих параметрів, оскільки на цій стадії завжди існують елементи невизначеності.

Аналіз сучасних досліджень свідчить, що поширені методи техніко-економічного аналізу дозволяють в окремих випадках, наприклад за допомогою методу перерахунку за прототипом [1; 2], визначати проектні значення параметрів підводних апаратів. Однак вони не дозволяють враховувати особливості роботи апарата, що пов'язані із його технічним призначенням. Крім того, спроби застосувати методи лінійного програмування та визначити оптимальні значення окремих параметрів [3] стикаються із суттєвою нелінійністю як цільової функції, так і обмежень.

У зв'язку з цим *головними нерозв'язаними проблемами* є проблема побудови та використання нелінійної цільової функції та вибір методики нелінійного програмування для розв'язку задачі про оптимальні параметри підводних апаратів, що максимізують прибуток від їх застосування.

Враховуючи вищенаведене, *поставимо за мету* продемонструвати можливості застосування нелінійних характеристик, приведених до степеневих функцій з урахуванням нелінійних властивостей підводних апаратів, та побудувати методами геометричного програмування [4; 5] *розв'язок задачі максимізації прибутків* як алгоритми визначення оптимальних параметрів технологічного устаткування.

Постановка задачі про оптимальну швидкість та вантажопідйомність устаткування

Розглянемо задачу перевантажень та перевезень сировини, що видобута під водою за допомогою технологічного підводного апарата. Припустимо, що треба доставити від бункера підводного добуваючого устаткування до судна кількість речовини Q.

Визначимо загальні витрати цих складових технологічного процесу як суму трьох складових частин: витрат на оренду I_1; витрат на заробітну платню екіпажу I_2; витрат на закупку пального для роботи підводного апарата та допоміжного устаткування енергозабезпечення I_3. Позначимо H довжину шляху, що проходить підводний апарат в обидва кінці, а його швидкість ν, тоді час роботи устаткування визначиться:

$$\tau = \frac{QH}{Tv} + \tau_з + \tau_p \ , \qquad (1)$$

де T – вантажопідйомність підводного апарата, $\tau_з$, τ_p – витрати часу на завантаження та розвантаження сировини із швидкістю технологічної оперції $G_з$ та G_p відповідно.

Припустимо, вартість оренди устаткування за одиницю часу апроксимується степеневою функцією

$$B_a = k_1 T^n; \qquad (2)$$

де k_1 та n – це коефіцієнти апроксимації. Відповідно до співвідношень (1) та (2) подамо першу складову витрат

$$I_1 = k_1 QHT^{n-1} \nu^{-1} + k_1 Q\left(\frac{1}{G_з} + \frac{1}{G_p}\right)T^n. \qquad (3)$$

Витрати на оплату заробітної платні членам екіпажу, що обслуговують устаткування та оренду судна, визначаються по загальному часу робіт і відповідно будуть мати вигляд

$$I_2 = k_2\tau = \frac{k_2 QH}{T\nu} + k_2 Q\left(\frac{1}{G_з} + \frac{1}{G_p}\right), \qquad (4)$$

де k_2 – сумарна заробітна платня з урахуванням податків за одиницю часу.

Остання складова – витрати пального – пропорційна довжині загального пройденого шляху, тобто HQT^{-1}, та гідродинамічному опору, який, у свою чергу, можна визначити як

$$R = C_{RX}^{v} V^{\frac{2}{3}} \frac{\rho \nu^2}{2} ,$$

де V – повний підводний об'єм, C_{RX}^{v} – коефіцієнт опору, віднесений до характерної площі, що визначена по повному підводному об'єму апарата як $V^{\frac{2}{3}}$, ρ – густина води.

Таким чином, третю складову подамо так:

$$I_3 = k_3 HQT^{-1} V^{\frac{2}{3}} \nu^2 . \qquad (5)$$

Тепер, враховуючи, що загальний підводний об'єм пропорційний вантажопідйомності підводного апарата

$$V = k_4 T^m ,$$

а коефіцієнт опору визначається по величині числа Рейнольда

$$C_{RX}^{v} = k_5 \mathrm{Re}^b = k_5 \left(\frac{\nu L}{v}\right)^b = k_5 \frac{\nu^b V^{\frac{b}{3}}}{v^b} ,$$

де $k_4, k_5, m, b -$ відповідні коефіцієнти апроксимації, L – характерний розмір апарата, ν – в'язкість води, подамо третю складову витрат

$$I_3 = k_3 HQT^{\frac{m(b+2)}{3}-1} \nu^{b+2} .$$

Після алгебраїчних перетворень виразимо значення коефіцієнта k_3 через коефіцієнти апроксимації та q_V – величину теплотворної спроможності одиниці маси пального, η_p – ККД перетворень енергії, C_V – вартість одиниці маси пального:

$$k_3 = \frac{C_{RX}^{v} C_v \rho k_5 k_4^{\frac{b+2}{3}}}{\eta_p q_v v^b} .$$

Підсумувавши всі витрати, представлені співвідношеннями (3) – (5), подамо загальні витрати як позіном вантажопідйомності та швидкості апарата

$$g(T,\nu) = c_1 T^{n-1}\nu^{-1} + c_2 T^{-1}\nu^{-1} +$$

$$+ c_3 T^{\frac{(b+2)m}{3}-1} \nu^{b+2} + c_4 T^n + c_5 , \qquad (6)$$

де для зручності викладу позначено нові константи:

$$c_1 = k_1 QH, \quad c_2 = k_2 QH, \quad c_3 = k_3 QH,$$

$$c_4 = k_1 Q\left(\frac{1}{G_з} + \frac{1}{G_p}\right), \; c_5 = k_2 Q\left(\frac{1}{G_з} + \frac{1}{G_p}\right).$$

Поставимо задачі визначення оптимальної швидкості та вантажопідйомності устаткування для забезпечення перевезень як задачу геометричного програмування без обмежень. Остання зводиться до визначення оптимальних коефіцієнтів ваги δ_i та знаходження двоїстої функції.

Подамо для позінома (6) двоїсту функцію

$$\upsilon(\delta) = \left(\frac{c_1}{\delta_1}\right)^{\delta_1} \left(\frac{c_2}{\delta_2}\right)^{\delta_2} \left(\frac{c_3}{\delta_3}\right)^{\delta_3} \left(\frac{c_4}{\delta_4}\right)^{\delta_4} \left(\frac{c_5}{\delta_5}\right)^{\delta_5} .$$

Запишемо систему, скориставшись умовами ортогональності та нормалізації:

$$\begin{cases} (n-1)\delta_1 - \delta_2 - (a-1)\delta_3 + n\delta_4 = 0; \\ -\delta_1 - \delta_2 + (b+2)\delta_3 = 0; \\ \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 = 1; \\ \delta_1 > 0, \quad \delta_2 > 0, \quad \delta_3 > 0, \quad \delta_4 > 0. \end{cases}$$

П'ять доданків цільової функції за умов двох змінних у кожному з позіномів роблять систему неповною, тобто зводять її до задач з алгебраїчними параметрами. Розв'язок останньої отримуємо, якщо введемо параметр δ_4. Нескладно переконатись, що цим вимогам задовольняє єдина точка

$$\delta^0 = \begin{bmatrix} \frac{(1-\delta_4)}{n}\left[\frac{(2+b)m}{3(3+b)} - 1\right] - \delta_4 \\ \\ \frac{2+b}{3+b}(1-\delta_4) - \frac{(1-\delta_4)}{n}\left[\frac{(2+b)m}{3(3+b)} - 1\right] - \delta_4 \\ \\ \frac{1-\delta_4}{3+b} \end{bmatrix}$$

Аналіз структури позіномів свідчить про те, що операцію оптимізації доцільно обмежити умовами часткового розгляду окремих впливів. Останнє свідчить, що якщо знехтуємо впливом розвантажувальних операцій, тобто покладемо

$\delta_4 = 0$, то отримаємо умовно оптимальні параметри, які не враховують вплив вантажних перегрузок, але які є мінімально можливі. Нескладно переконатись, що цим вимогам задовольняє єдина точка

$$\delta^0 = \begin{bmatrix} \frac{1}{n}\left[\frac{(2+b)m}{3(3+b)} - 1\right] \\ \\ \frac{2+b}{(3+b)} - \frac{1}{n}\left[\frac{(2+b)m}{3(3+b)} - 1\right] \\ \\ \frac{1}{3+b} \\ \end{bmatrix}$$

Відповідно, максимум двоїстої функції $\upsilon(\delta_1^0, \delta_2^0, \delta_3^0)$ буде дорівнювати її значенню в цій точці, тобто

$$\upsilon_{opt} = \max\left[\left(\frac{c_1}{\delta_1^0}\right)^{\delta_1^0}\left(\frac{c_2}{\delta_2^0}\right)^{\delta_2^0}\left(\frac{c_3}{\delta_3^0}\right)^{\delta_3^0}\right].$$

Останнє, враховуючи умову нормалізації, перетворюється

$$\upsilon_{opt} = \left(\frac{k_1}{\delta_1^0}\right)^{\delta_1^0}\left(\frac{k_2}{\delta_2^0}\right)^{\delta_2^0}\left(\frac{k_3}{\delta_3^0}\right)^{\delta_3^0} QH. \qquad (7)$$

Відповідно до теореми двоїстості [4] оптимальні значення швидкості та вантажоспроможності знайдуться як рішення системи рівнянь

$$\begin{cases} c_1 T^{n-1} \nu^{-1} = \delta_1^0 \upsilon_{opt} \\ c_2 T^{-1} \nu^{-1} = \delta_2^0 \upsilon_{opt} \\ c_3 T^{\frac{(b+2)m}{3}-1} \nu^{b+2} = \delta_3^0 \upsilon_{opt}. \end{cases} \qquad (8)$$

Рішення (8) після відповідних перетворень запишемо наступним чином:

$$T^n = \left(\frac{\delta_1^0}{\delta_2^0}\frac{c_2}{c_1}\right) = \frac{(3+b)}{(2+b)}\frac{k_2}{k_1}, \qquad (9)$$

$$T = \sqrt[n]{\frac{(3+b)}{(2+b)}\frac{k_2}{k_1}}$$

$$\nu = \frac{c_2}{\delta_2^0 \upsilon_{opt} \sqrt[n]{\frac{(3+b)}{(2+b)}\frac{k_2}{k_1}}} =$$

$$\frac{k_2 n (3+b)}{(2+b)\left[\frac{(2+b)m}{3(3+b)} - 1\right]\left(\frac{k_1}{\delta_1^0}\right)^{\delta_1^0}\left(\frac{k_2}{\delta_2^0}\right)^{\delta_2^0}\left(\frac{k_3}{\delta_3^0}\right)^{\delta_3^0}\sqrt[n]{\frac{(3+b)}{(2+b)}\frac{k_2}{k_1}}} \qquad (10)$$

Таким чином, нескладно переконатись, що при значеннях вантажопідйомності, визначеної за (9), а швидкості – за виразом (10), витрати набувають мінімуму. Слід зауважити, що на ці параметри не впливають обсяги перевезень Q, а вони визначаються тільки гідродинамічними та економічними параметрами, що визначаються конструкцією як корпусів підводних апаратів, так і економічними характеристиками рушіїв.

Розглянемо задачу визначення оптимальної швидкості переміщень у технологічній операції очистки суден на плаву. Припустимо, що треба очистити площу підводної частини судна S за допомогою N робочих головок, кожна з яких має ширину очистки в один прохід при степені перекриття α.

Поставимо задачу визначення конструктивних параметрів мінімізації витрат.

Визначимо загальні витрати при таких технологічних операціях як суму чотирьох складових частин:

1) витрат на оренду апарата та устаткування – I_1;

2) витрат на сплату заробітної платні з урахуванням податку – I_2;

3) витрат на закупку пального для енергозабезпечення роботи допоміжного устаткування та носія робочих головок – підводного апарата – I_3;

4) витрат на закупку пального для забезпечення роботи головок з очисним устаткуванням – I_4.

Позначимо S як площу поверхні, що необхідно очистити, V – швидкість проходу інструмента, тоді час роботи устаткування визначається

$$\tau = \frac{S}{\nu b N (1-\alpha)^{\frac{N}{2}}}. \qquad (11)$$

Припустимо, що вартість роботи устаткування за одиницю часу апроксимується степеневою функцією (2), як це було у першій задачі.

Відповідно до співвідношень (2) та (11) подамо першу складову витрат

$$I_1 = k_1 \frac{S}{bN(1-\alpha)^{\frac{N}{2}}} T^n \nu^{-1}. \qquad (12)$$

Витрати на оплату заробітної платні членам екіпажу з урахуванням податків перепишуться з урахуванням виразу для часу роботи (11) у вигляді

$$I_2 = k_2 \tau = \frac{k_2 S}{bN(1-\alpha)^{\frac{N}{2}}} \nu^{-1}. \qquad (13)$$

Відповідно до виразу (11) зміняться також і витрати на закупку пального для забезпечення переміщення технологічного устаткування, оскільки зміниться довжина пройденого шляху

$$I_3 = \frac{S\,C_{RX}^{v} C_V \rho}{2bN(1-\alpha)^{\frac{N}{2}} q_V \eta_P} T^a v^2 . \qquad (14)$$

Остання складова витрат на закупку пального для забезпечення роботи самого технологічного устаткування визначиться як

$$I_4 = \frac{SNP_1C_V}{bN(1-\alpha)^{\frac{N}{2}} \eta q_V} v^{-1}, \qquad (15)$$

де P_1 – потужність привода однієї головки, η – ККД усього ланцюга енергетичних перетворень.

Таким чином, загальні витрати подамо поліномом

$$g(T,v) = c_1 T^n v^{-1} + c_2 v^{-1} + c_3 T^a v^2 + c_4 v^{-1},$$

де константи позіномів позначимо:

$$c_1 = \frac{k_1 S}{bN(1-\alpha)^{\frac{N}{2}}}$$

$$c_2 = \frac{k_2 S}{bN(1-\alpha)^{\frac{N}{2}}}$$

$$c_3 = \frac{S\,C_{RX}^{v} C_V \rho}{2bN(1-\alpha)^{\frac{N}{2}} \eta_P q_V}$$

$$c_4 = \frac{SP_1C_V}{b(1-\alpha)^{\frac{N}{2}} \eta q_V}$$

Таким чином, система рівнянь для визначення оптимальних коефіцієнтів ваги відповідно до умов ортогональності та нормалізації набуває вигляду

$$\begin{cases} n\delta_1 + a\delta_3 = 0; \\ -\delta_1 - \delta_2 + 2\delta_3 - \delta_4 = 0; \\ \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 = 1; \\ \delta_1 > 0, \quad \delta_2 > 0, \quad \delta_3 > 0, \quad \delta_4 > 0, \end{cases}$$

а передвоїста функція має вигляд

$$\upsilon(\delta) = \left(\frac{c_1}{\delta_1}\right)^{\delta_1} \left(\frac{c_2}{\delta_2}\right)^{\delta_2} \left(\frac{c_3}{\delta_3}\right)^{\delta_3} \left(\frac{c_4}{\delta_4}\right)^{\delta_4}$$

Нескладно переконатись, що цим вимогам задовольняє одна точка

$$\delta^0 = \begin{bmatrix} -\dfrac{a}{3n} \\ \delta_2^0 \\ 1/3 \\ \delta_4^0 \end{bmatrix}$$

Враховуючи невизначеність окремих значень δ_2^0 та δ_4^0, а визначеність – їх суми, перепишемо рівняння для визначення *T* та *v*:

$$c_1 T^n v^{-1} = \upsilon_{opt} \frac{a}{3n},$$

$$c_3 T^a v^2 = \upsilon_{opt} \frac{1}{3},$$

$$(c_2 + c_4) v^{-1} = \upsilon_{opt} \left(\delta_2^0 + \delta_4^0\right) = \upsilon_{opt} \frac{a+2n}{3n}.$$

Звідси оптимальні величини вантажопідйомності та швидкості набувають значення:

$$T = \sqrt[n]{\frac{(c_2+c_4)}{c_1} \frac{a}{(a+2n)}} = \sqrt[n]{\frac{a(k_2 \eta q_V + P_1 C_V N)}{k_1 \eta q_V (a+2n)}}, \qquad (16)$$

$$v = \frac{(c_2+c_4)3n}{\upsilon_{onn}(a+2n)} = \frac{S(k_2 \eta q_V + P_1 C_V N)}{\upsilon_{onn}(a+2n) bN(1-\alpha)^{N/2} \eta q_V} \qquad (17)$$

Таким чином, визначивши оптимальне значення передвоїстої функції

$$\upsilon_{opt} = \left(-\frac{c_1 3n}{a}\right)^{-\frac{a}{3n}} (3c_3)^{1/3} \left(\frac{3n(c_2+c_4)}{a+2n}\right)^{\frac{a+2n}{3n}}$$

отримаємо значення *T* та *v* за виразами (16) та (17). Слід зауважити, що вони визначаються як обсягами завдань, так і особливостями устаткування.

Висновки

1. Визначення технічних пераметрів підводного устаткування як розв'язок задачі геометричного програмування за системою алгебраїчних рівнянь забезпечується у контексті максимізації прибутків від використання за прямим призначенням.

2. Розв'язок задачі максимізації прибутків методами геометричного програмування визначає технічні параметри підводного устаткування за умов апроксимації техніко-економічних даних степеневими функціями.

Література

1. Вашедченко А.Н. Пересчет элементов апарата – прототипа в условиях неопределенности. Проектирование подводных аппаратов // Сб. научных трудов. – Николаев, 1990. – С. 31-35.
2. Вашедченко А.Н. Теория проектирования судов: Учебное пособие. Часть II. – Николаев: НКИ, 1979. – С. 10-27.
3. Войлочников М.В., Ишназаров Т.С. Перспективы развития многокорпусных подводных аппаратов. Проектирование подводных аппаратов // Сб. научных трудов. – Николаев, 1990. – С. 24-30.
4. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій: Підручник. – К., 2000. – 688 с.
5. Бекишев Г.А., Кратко М.И. Элементарное введение в геометрическое программирование. – М.: Наука; Главная редакция физико-математической литературы, 1980. – С. 144.