

Калінін М.І., Васіна О.О.

Математична інтерпретація деревостанів сосни звичайної в умовах Кінбурнської коси

Екологічні умови формують специфічні особливості онтогенезу біологічних об'єктів. Ці особливості достовірно фіксуються аналізом відповідних параметрів методами математичного аналізу. Об'єктом наших досліджень обрано штучно створені деревостани сосни звичайної в несприятливих для деревної рослинності екологічних умовах піщаних арен півдня України. Кінбурнська коса входить до складу геологічної одиниці Нижньодніпровських пісків і співпадає з ними за основними ґрунтово-кліматичними характеристиками. Вона відзначається переважаючими східними і північно-східними вітрами, швидкість яких може досягати 22-25 м/с при відносній вологості 20 і менше відсотків. Це сприяє виникненню піщаних бур. Середньорічна кількість атмосферних опадів низька – 350 мм, в окремі роки вона складає лише 120-150 мм. Однією з принципових особливостей гідрологічних умов в регіоні досліджень є періодичні коливання рівня ґрунтових вод в межах 1,5-3,0 м. Тип ґрунту – слабгумусовані піски з гумусовим горизонтом 5-10 см.

Методика досліджень передбачала закладення пробної площі в штучно створених чистих насадженнях сосни звичайної 35-річного віку. На пробній площі проводився суцільний обмір дерев за діаметром і висотою. Діаметри вимірювались на висоті 1,3 м по 2-сантиметрових ступенях, висоти визначались за допомогою висотоміра з точністю ± 10 см. Одержані дані оброблялись із застосуванням методів біометричного аналізу. Всього заміряно 177



Васіна Олена Олександрівна;

рік народження – 1979; лаборант департаменту екології МФ НаУКМА; напрямок досліджень - лісова екологія.

дерев, що забезпечило необхідний рівень достовірності одержаних результатів.

За даними польового обліку за методиками [1] складались ранжировані інтервальні варіаційні ряди розподілу. За аргумент (x) прийнято діаметр стовбура, функції (y) – їх висоти.

Ліміти розподілу аргументу x 2 і 31 см, тобто розмах розподілу 26 см. Встановлена за формулою кількість інтервальних класів складала $K = 15$, довжина інтервалу – 2 см, нижня межа інтервального ряду – 1 см, верхнього – 30,9 см.

Ліміти розподілу функції 2 і 18 м, визначена кількість класів – 11, довжина інтервалу – 1,6 м, нижня межа інтервального ряду – 1,2 м, верхня межа – 18,8 м.

Розподіл кількості випадків аргументів і функцій за інтервальними класами наведено в таблиці 1.

Статистичні характеристики рядів розподілу

Статистичні характеристики рядів розподілу представлені такими величинами: середнє значення – $M_{(x,y)}$; середнє квадратичне відхилення – $\sigma_{(x,y)}$; дисперсія – $\sigma^2_{(x,y)}$; коефіцієнт варіації – C_v ; помилка

Таблиця 1. Розподіл діаметрів і висот дерев сосни звичайної

Діаметри (x)				Висоти (y)			
інтервальні класи, м	x_i	P_x		інтервальні класи, м	y_i	P_y	
		кількі	%			кількі	%
1 - 2,9	2	8	4,5	1,2 - 2,7	2,0	10	5,6
3 - 4,9	4	3	1,7	2,8 - 4,3	3,6	11	6,2
5 - 6,9	6	12	6,8	4,4 - 5,9	5,2	11	6,2
7 - 8,9	8	17	9,6	6,0 - 7,5	6,8	35	19,8
9 - 10,9	10	27	15,	7,6 - 9,1	8,4	33	18,6
11 - 12,9	12	29	16,	9,2 - 10,7	10,	26	14,7
13 - 14,9	14	21	11,	10,8 - 12,3	11,	28	15,8
15 - 16,9	16	19	10,	12,4 - 13,9	13,	16	9,0
17 - 18,9	18	14	7,9	14 - 15,5	14,	3	1,7
19 - 20,9	20	6	3,4	15,6 - 17,1	16,	3	1,7
21 - 22,9	22	10	5,7	17,2 - 18,7	18,	1	0,6
23 - 24,9	24	3	1,7				
25 - 26,9	26	4	2,3				
27 - 28,9	28	3	1,7				
29 - 30,9	30	1	0,6				

репрезентативності – m ; точність досліджу – p ; достовірність середнього значення – t .

Значення наведених статичних характеристик представлені в таблиці 2.

Дані таблиці 2 свідчать про високу точність досліджу ($P = 3,3$ і $2,8$ %), а також про високий рівень достовірності одержаних даних ($t_x = 30 > 3$; $t_y = 31 > 3$). Вони показують, що діаметри і висоти сосни звичайної в даних умовах мають значне варіювання. Відхилення значень варіант від середніх у діаметрів 44,7 %, дисперсія 34,9, у висот відповідно 38,5 % і 11,2. Ці

Таблиця 2. Статистичні характеристики рядів розподілу

Статистичні	Діаметри, см	Висоти, м
<i>M</i>	13,2	8,7
σ^2	34,88	11,24
σ	5,9	3,35
<i>C_v</i>	44,7	38,5
$\sigma \cdot m$	0,44	0,25
<i>M</i> \pm <i>m</i>	13,2 \pm 0,44	8,7 \pm 0,25
<i>P</i> %	3,3	2,8
<i>t</i>	30	31

показники характеризують ступінь мінливості, притаманний сукупності дерев, і є проявами її біологічної стійкості, яку можна вважати задовільною. Однак, звертає на себе увагу відносно низька варіабельність висот (*C_v*=38,5%), яка істотно нижча варіабельності за діаметрами. Це означає те, що в 35-річному віці в деревостанах сосни звичайної в даних умовах відбувається природний процес (без втручання господарського впливу) вирівнювання дерев за висотою, що є однією з ознак депресії деревостанів.

Середня висота є показником бонітету росту деревної породи. Отже, за існуючими бонітувальними таблицями [2] сосна звичайна в даних екологічних умовах росте за IV бонітетом, тобто вона має тут низький бонітет. Низька біологічна стійкість штучно створених деревостанів сосни звичайної підтверджується також відсутністю її природного відновлення в даних екологічних умовах.

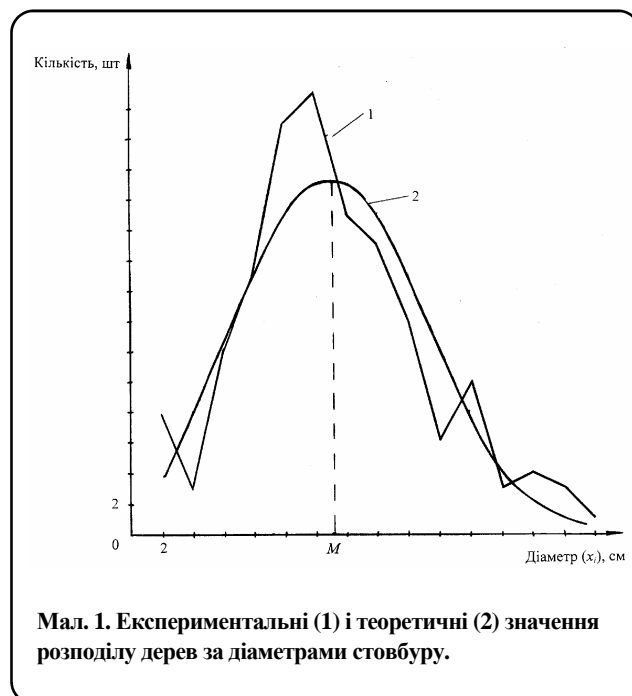
Особливості розподілу.

Експериментальні дані, представлені в таблиці 1 і на мал. 1 і 2, свідчать про те, що розподіл діаметрів і висот за класами інтервалів підпорядкований особливостям нормального розподілу. В разі параметрів *M* = 0, σ = 1 нормальна крива описується формулою:

Теоретичні частоти [*P'(i)*] обчислюються за формулою:

$$P(t) = \frac{1}{\sqrt{2n}} e^{-\frac{t^2}{2}}$$

Отже, за даними таблиці 3 і мал. 1 при середньому значенні *D*=13,2 см модальними класами є *x_T*=12 і



Мал. 1. Експериментальні (1) і теоретичні (2) значення розподілу дерев за діаметрами стовбуру.

Таблиця 3. Розрахунок теоретичних частот розподілу діаметрів за класовими інтервалами

<i>x_i</i> класового інтервалу	<i>P</i> емпіричне	$t = \frac{x_i - M_x}{\sigma_x}$	Ордината нормувань <i>P(t)</i>	Теоретична частота		
				$P' = P(t) \frac{n\lambda}{\sigma}$	<i>P'</i> округлене	
					Кількість	%
2	8	-1,630	0,074	4,37	4	2,3
4	3	-1,500	0,130	7,67	8	4,5
6	12	-1,166	0,203	11,97	12	6,8
8	17	-0,833	0,283	16,69	17	9,6
10	27	-0,500	0,352	20,08	21	11,9
12	29	-0,166	0,394	23,24	23	13
14	21	0,166	0,394	23,24	23	13
16	19	0,500	0,352	20,80	21	11,9
18	14	0,833	0,283	16,69	17	9,6
20	6	1,166	0,203	11,97	12	6,8
22	10	1,500	0,130	7,67	8	4,5
24	3	1,833	0,074	4,37	4	2,3
26	4	2,160	0,039	2,30	2	1,1
28	3	2,500	0,018	1,06	1	0,6
30	1	2,830	0,007	0,41	0	0

$x_7=14$. В теоретичному розподілі діаметрів істотна ліва асиметрія, тобто більша щільність (вага) варіант сконцентрована в класах

$$P'(i) = \frac{n\lambda}{\sigma} P(t),$$

меншого значення. Це означає, що в даному деревостані

кількісна перевага за деревами менших діаметрів. При середній висоті 8,7 м модальним є клас $y_7=8,4$ м, тут також має місце незначна ліва асиметрія, і істотно визначений позитивний ексцес (табл. 4, мал. 2). Це означає, що на відміну від ідеального розподілу частот в даному випадку занадто велика кількість дерев має висоту, що наближається до середньої.

Це пояснює слабку диференціацію дерев за висотою і припущення про зниження, за рахунок цього, біологічної стійкості деревостану.

Кореляційний аналіз.

Відомо [3], що між морфологічними елементами дерев існує відповідний кореляційний зв'язок. Нами досліджувались показники такого зв'язку між діаметрами (x) і висотами дерев (y) сосни звичайної в даних екологічних умовах. За методами біометричного аналізу із застосуванням умовних моментів визначались коефіцієнт кореляції (r_{xy}), помилка коефіцієнта кореляції (s_r), показник достовірності (t_{sr}). Разом з цим визначались кореляційне відношення (\square), помилка кореляційного відношення (s_{\square}) і критерій достовірності \square ($t_{s_{\square}}$).

Згадані параметри мають такі значення.

$r_{sr}=0,98\pm 0,014$; $t_{sr}=70$; $t_{sr}=70>3$, що відхиляє нульову гіпотезу на дуже високому рівні значимості: $\square = 0,1\%$.

$\square_{xy}=0,15$; $s_{\square}=0,008$; $t_{\square}=1,88 < 3$.

$\square_{yx}=0,63$; $s_{\square}=0,06$; $t_{\square}=10,5>3$. Нульова гіпотеза відхиляється на 0,1 % рівні значимості ($P < 0,001$).

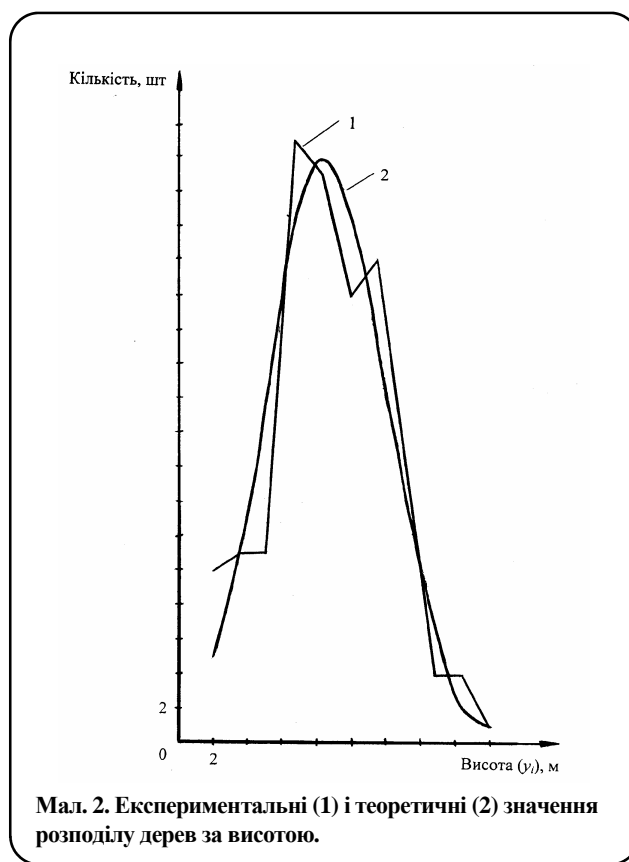
Результати кореляційного аналізу свідчать про наступне. Між діаметрами і висотами існує кореляційний зв'язок, який характеризується як дуже тісний. Показник кореляційного відношення між діаметрами і висотами має невисоке значення, що в порівнянні з його помилкою не підтверджує необхідного рівня його достовірності. У той же час кореляційне

відношення, визначене для висот за діаметрами (\square_{yx}), істотне і підтверджується дуже високим рівнем достовірності.

Значення коефіцієнта кореляції і кореляційних відношень характеризує кореляційний зв'язок між діаметрами і висотами дерев як прямий, криволінійний і з незначним показником криволінійності.

Регресивне відношення.

Дані, що характеризують коефіцієнт кореляції і кореляційного відношення, обґрунтовують можливість визначення регресивної залежності висот (y) від діаметрів (x). Як відмічено вище, ця залежність повинна



Мал. 2. Експериментальні (1) і теоретичні (2) значення розподілу дерев за висотою.

Таблиця 4. Розрахунок теоретичних частот розподілу висот за класовими інтервалами

y_i , м	P емпіричне	$t = \frac{y_i - M_y}{\sigma_y}$	Ордината нормована $P(t)$	Теоретична частота		
				$P' = P(t) \frac{n\lambda}{\sigma}$	P' округлене	
					кількість	%
2	10	-2,00	0,054	4,56	5	2,8
3,4	11	-1,50	0,130	10,98	11	6,2
5,2	11	-1,04	0,232	19,6	20	11,3
6,8	35	-0,50	0,352	29,7	30	16,9
8,4	33	-0,09	0,397	33,55	34	19,2
10,0	26	0,39	0,370	31,26	31	17,5
11,6	28	0,87	0,273	23,07	23	13,0
13,2	16	1,34	0,163	13,80	14	7,9
14,8	3	1,80	0,079	6,68	7	4,0
16,4	3	2,30	0,028	2,37	2	1,1
18,0	1	2,78	0,009	0,76	1	0,6

бути прямою, криволінійною з незначним проявом криволінійності. Для обрахування параметрів регресивної залежності дані польових досліджень висот дерев групуються шляхом визначення середньої висоти всіх дерев, що відносяться до відповідного класу діаметрів за

формулою (табл. 5).

Графічний аналіз експериментальних даних дозволяє прийняти для математичної апроксимації залежності логарифмічну криву типу:

Розраховані із застосуванням систем з 3-х рівнянь з 3-ма невідомими коефіцієнти наведеного логарифмічного рівняння мають значення: $a = -1,76$; $b = 0,946$; $c = 0,048$. Отже, рівняння залежності має вигляд

$$y = \frac{x^2}{a + bx + cx^2}.$$

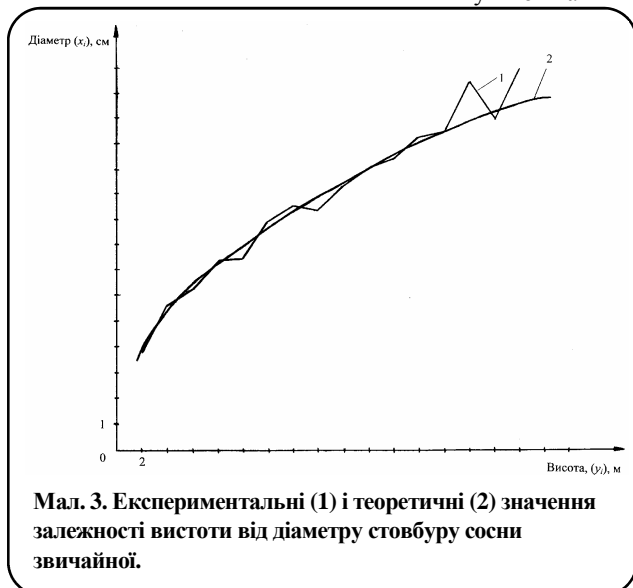
Порівняння розрахункових даних з експериментальними, представлено на мал. 3, підтверджує справедливість обраної формули апроксимації.

Результати поданого аналізу деревостану сосни

звичайної, штучно створеного умов

$$y = \frac{x^2}{-1,76 + 0,946x + 0,048x^2}.$$

В



піщаної арили Кінбурнської коси, дає підставу для таких висновків.

Штучно створені деревостани сосни звичайної в невластивих для лісової рослинності умовах характеризуються складною будовою, яка може бути апроксимована біометричними методами аналізу. Результати такого аналізу підтверджують, що в 35-річному віці такі деревостани є низькопродуктивними, із незначною біологічною стійкістю. В них формується нормальний розподіл дерев за діаметрами і висотою, із істотною лівою асиметрією в розподілі за діаметрами і позитивним ексцесом в розподілі за висотою, а також дуже висока тіснота кореляційної залежності висот дерев від їх діаметрів. Регресивна залежність висот дерев від їх діаметрів апроксимується логарифмічним рівнянням.

Таблиця 5. Розподіл середніх висот дерев (\bar{y}) за класовими значеннями

Класові значення класів	x_i	$\bar{y}(x_i)$ експ
	2	3,80
	4	5,60
	6	6,25
	8	7,35
	10	7,44
	12	8,93
	14	9,57
	16	9,34
	18	10,30
	20	11,00
	22	11,40
	24	12,30
	26	12,50
28	14,50	
30	13,00	
32	15,10	

Література.

1. Лакин Г. Ф. Биометрия. – М.: Высшая школа, 1990.
2. Нормативно-справочные материалы для таксации лесов Украины и Молдавии. – К.: Урожай, 1987.
3. Калинин М.И. Моделирование лесных насаждений – Львов: Вища школа, 1978.