УДК 517.93

Горкавченко Т.В.

ФОРМАЛІЗАЦІЯ ВИЗНАЧЕННЯ ЦИКЛІВ У ТРАНСПОРТНІЙ ЗАДАЧІ ЗА МЕТОДОМ ПОТЕНЦІАЛІВ

В основу формалізації визначення комірок, які створюють цикл, покладено вилучення з циклу комірок, у яких немає парних комірок із вантажем у рядку чи колонці. В результаті залишаються лише ті комірки, що створюють цикл. Розроблений метод може бути використаний при виконанні звичайних розрахунків та при створенні програми за допомогою ЕОМ.

***Ключові слова**: цикл, потенціал рядка, потенціал колонки, потенціал незаповненої комірки, перерозподіл постачання.*

В основу формализации определения ячеек, которые создают цикл, положено изъятия из цикла ячеек, у которых нет парных ячеек с грузом в рядке или в колонке. В результате остаются лишь те ячейки, которые создают цикл. Разработанный метод может быть использован при выполнении обычных расчетов и при создании программы.

***Ключевые слова**: цикл, потенциал рядка, потенциал колонки, потенциал незаполненной ячейки, перераспределение перевозки.*

In basis of formalization of determination of cells which create a cycle, withdrawals are fixed from the cycle of cells which do not have pair cells with load in a row or in a column. As a result there are only those cells which create a cycle. The worked out method can be used for implementation of ordinary calculations and at creation of the program.

***Key words**: a cycle, row potential, column potential, potential of the blank cell, transportation redistribution.*

Однією із найпоширеніших задач математичного програмування є транспортна задача. При розв’язанні задачі потрібно знайти такий план доставки вантажів від постачальників до споживачів, щоб вартість перевезення була найменшою.

Існує багато різних алгоритмів розв’язку транспортної задачі: метод потенціалів, симплекс-метод, розподільний метод, дельта-метод, угорський метод, метод диференціальних рент, різні мережні методи і т. д. [1; 2].

Транспортна задача може бути розв’язана симплекс-методом. Але використання цього методу до транспортної задачі є недоцільним, бо симплекс-метод ускладнює розрахунки внаслідок своєї універсальності через те, що не ураховує специфічні особливості транспортної задачі [1].

Метод потенціалів набув широкого розповсюдження саме через спрощення розрахунків порівняно із симплекс-методом [1; 3]. Але його суттєвим недоліком є слабка формалізація створення циклу перерозподілу постачання вантажу.

Метою статті є більш чітка формалізація створення циклу в транспортній задачі методом потенціалів, що надає можливість розраховувати задачу вручну, чи створювати програми розв’язку транспортної задачі на ЕОМ.

У найпростішому вигляді транспортна задача формулюється в такий спосіб [3].

Є ряд пунктів виробництва $A_1, A_2,\ldots,A_m$ із обсягами виробництва за одиницю часу (місяць, квартал), рівними відповідно $a_1, a_2,\ldots,a_m$, та пункти споживання $B_1, B_2,\ldots, B_n$, які споживають за той же проміжок часу відповідно $b_1, b_2,\ldots, b_n$ продукції. Вирішується закрита (збалансована)

задача, сума обсягів виробництва на всіх *m* пунктах-постачальниках дорівнює сумі обсягів споживання на всіх *n* пунктах-одержувачах:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j \ .$$

Крім того, відомі тарифи по перевезенню одиниці вантажу від кожного постачальника до кожного споживача.

У якості невідомих величин виступають обсяги вантажу, перевезеного з кожного пункту виробництва у кожний пункт споживання [3; 4].

Тоді найбільш раціональним прикріпленням постачальників до споживачів буде таке, при якому сумарні витрати на перевезення продукту (-ів) будуть найменшими:

$$\min F(x) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \ .$$

При цьому кожний споживач отримує потрібну кількість вантажу:

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = a_i \ ,$$

і кожний постачальник збувається свого запасу вантажу:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = b_j \ .$$

У транспортній задачі обумовлюється також, що поставка від якогось пункту виробництва тому або іншому пункту споживання може дорівнювати нулю, але не може бути негативною (тобто випливати у зворотному напрямку) [5].

Незбалансовану (відкриту) транспортну задачу штучно приводять до закритого виду: у модель вводяться так звані фіктивний постачальник або фіктивний споживач, які балансують попит і споживання. У випадку, коли запити споживачів перевищують запаси постачальників, то додається фіктивний постачальник. У протилежному випадку, коли запаси постачальників перевищують потреби споживачів, додається фіктивний споживач. Вартість перевезення для фіктивного постачальника або споживача дорівнює нулю [6].

Розглянемо транспортну задачу закритого типу, для якої визначено:

– початковий розподіл вантажу за методом мінімальних тарифів для постачальника;
– потенціали рядків α_i, колонок β_j та незаповнених комірок;
– найменший потенціал «– 4» незаповненої комірки (i, j) = (2,2).

Таблиця 1

Транспортна задача

(позначення в комірці таблиці 6;[];10 означає: 6 – тариф перевезення; [] – кількість вантажу, що превозиться; 10 – потенціал незаповненої комірки)

	Вага постачальника	**Вага користувача**		
		100	**40**	**60**
$\alpha_1 = 0$	30	6;[];10	4;[];2	2;[30];
$\alpha_2 = 5$	80	1;[80];	**4;[];– 4**	5;[];– 2
$\alpha_3 = 5$	90	1;[20];	8;[40];	7;[30];
		$\beta_1 = -4$	$\beta_2 = 3$	$\beta_3 = 2$

Комірку, яка має вантаж перевезення, надалі будемо називати «z-коміркою».

Кожна вільна комірка має свій власний цикл перерозподілу вантажу. Існує кілька алгоритмів визначення циклу перерозподілу вантажу:

1. На основі досвіду дослідник щоразу визначає цикл перерозподілу вантажу.

2. Відомий алгоритм визначення циклу перерозподілу вантажу вимагає для комірки з відсутнім вантажем збільшення значення змінної від нуля до «одиниці». При цьому порушується баланс ваг постачання (по рядках) і споживання (по колонках) для *z*-комірок. Для

відновлення цього балансу змінюють ваги відповідних *z*-комірок по рядках і колонках. Вказані зміни ваг охоплюють комірки циклу перерозподілу вантажу. Даний алгоритм є ускладненим, бо не має відповідних чітких дій по визначенню комірок циклу перерозподілу вантажу і супроводжується розрахунками зміни функції мети. У результаті виконаних дій у транспортній матриці отримається замкнутий цикл, вершини якого помічені знаками «+» та «–». Початкова вершина циклу лежить у комірці вільної змінної, яка переводиться в базис. Усі інші вершини циклу лежать у комірках базисних змінних. Знак «+» у вершині циклу відповідає збільшенню змінної, знак «–» – її зменшенню.

При збільшені на одиницю вільної змінної зміна функцій мети визначиться як алгебраїчна сума тарифів перевезення для комірок, які знаходяться в вершинах циклу [1; 7].

ОПИС СТВОРЕННЯ ЦИКЛУ

Z-комірка, яка входить до циклу, охоплює дуги циклу лише під прямим кутом – вздовж рядка та колонки.

Дуги циклу повинні завершуватися іншою *z*-коміркою. Тому, якщо в рядку чи у колонці *z*-комірки немає парної z-комірки, то цю *z*-комірку вилучаємо із циклу перерозподілу вантажу; надалі цей рядок та колонка не враховується у розрахунках. Якщо в результаті цієї дії створюються інші *z*-комірки, які не мають пари внаслідок викреслення *z*-комірки, то їх також вилучаємо із циклу. У результаті залишаються тільки ті *z*-комірки, що мають пару і утворюють цикл; на кожний рядок і кожну колонку циклу приходяться лише по дві z-комірки.

Послідовність з'єднання *z*-комірок у цикл визначають по їх індексах рядків та колонок. Створення циклу починається із комірки, що має найменший від'ємний потенціал. Також ця комірка має номер рядка та колонки. Комірка має парну комірку по рядку та по колонці. З'єднання парних комірок по рядку вказує номер колонки для виділення наступної парної комірки і т. д. Таким же чином проходить з'єднання по колонці.

Нумерація циклу починається із порожньої комірки, що має найменший від'ємний потенціал. Надалі визначаємо найменший вантаж парної z-комірки, який переноситься в комірку із від'ємним потенціалом.

Після цього розв'язуємо транспортну задачу звичайними для нас методами, доки не отримаємо оптимальний результат:

Таблиця 2

Цикл транспортної задачі

Вага постачальника	**Вага користувача**		
	100	**40**	**60**
30	6;[];10	30	6;[];10
80	1;[80];	80	1;[80];
90	1;[20];	90	1;[20];

Цей алгоритм легко застосовувати при програмуванні.

Розроблена програма на мові С++ підтвердила працездатність описаного алгоритму на багатьох прикладах транспортної задачі.

Рис. 1. Блок-схема створення циклу для транспортної задачі

Ефективність розробленого алгоритму була перевірена на багатьох прикладах, у тому числі з використанням MathCAD та симплексного методу. В усіх випадках отримано тотожні результати. Тому даний алгоритм можна застосовувати при складанні програм із використанням методу потенціалів та при розрахунках вручну. Розроблений алгоритм створення циклів для транспортної задачі методом потенціалів є досить простим і зручним у використанні.

ЛІТЕРАТУРА

1 Костин В.Н. Оптимизационные задачи электроэнергетики. – СПб: СЗТУ, 2003. – 120 с.
2 Катренко А.В. Дослідження операцій: Підручник. – Львів: Магнолія Плюс, 2004. 549 с.
3 Зайченко Ю.П. Дослідження операцій. – К.: Видавничий Дім «Слово». – 2006. – 816 с
4 Хемди А. Таха. Введение в исследование операций. – М.: «Вильямс», 2007. – 912 с.
5 Экономико-математические методы и прикладные модели / Федосеев В.В., Гармаш А.Н., Дайнтбегов Д.М. и др. – М.: ЮНИТИ, 2000. – 391 с.
6 Исследование операций в экономике / Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. –М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1999. – 407 с.
7 Бугір М.К. Математика для економістів. Лінійна алгебра, лінійні моделі. – К.: Видавничий центр «Академія», 1997. – 272 с.

© Горкавченко Т.В., 2010

Стаття надійшла до редакції 21.05.10