УДК 519.6

Гожий О.П., Бурлаченко І.І.

ЗАСТОСУВАННЯ ЕТАЛОННОГО МЕТОДУ АГРЕГУВАННЯ ОПТИМАЛЬНИХ ОЦІНОК У ЗАДАЧАХ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

У статті розглядаються методи агрегування оптимальних оцінок у задачах багатокритеріальної оптимізації. Детально розглядається еталонний метод агрегування та приклад використання цього методу. Розроблено програмне забезпечення для реалізації еталонного методу агрегування.

Ключові слова: *методи агрегування, Парето-оптимальні рішення, еталонний метод агрегування.*

В статье рассматриваются методы агрегации оптимальных оценок в задачах многокритериальной оптимизации. Детально рассматривается эталонный метод агрегации и пример использования этого метода. Разработано программное обеспечение для реализации эталонного метода агрегации.

Ключевые слова: *методы агрегации, Парето-оптимальные решения, эталонный метод агрегирования.*

In the article examined the methods of aggregation optimal of estimations, and possibility of his application at task of multiobjective optimization . Consider in detail the reference method of aggregation and an example of using this method *The chart of algorithm is resulted and the questions of exactness of prognosis are considere .* The software for the implementation of the standard method of aggregation.

Key words: *methods of aggregation,* Pareto-optimal solutions, a reference method of aggregation.

ВСТУП

Будь-яка складна практична задача групового прийняття рішень є багатокритеріальною. У зв’язку з цим особливий інтерес викликає методи теорії прийняття рішень при наявності багатьох критеріїв. Одним з основних, фундаментальних понять цієї теорії є поняття оптимальності за Парето, або ефективного рішення. Воно являє собою узагальнення поняття точки максимуму числової функції у разі декількох функцій: рішення Парето-оптимальне, якщо значення кожного з критеріїв можна поліпшити лише за рахунок погіршення значень інших критеріїв. Властивостям і методам пошуку Парето-оптимальних рішень присвячена досить велика кількість літератури [1; 2; 4; 6; 5]. Цих питань торкаються також у багатьох роботах з теорії ігор, математичної економіки, теорії статистичних рішень, дослідження операцій, теорії оптимального керування та в інших наукових дисциплінах, у яких вивчаються різні багатокритеріальні моделі прийняття раціональних рішень.

При вирішенні багатьох задач множина Парето є дуже великою, що значно ускладнює пошук оптимального рішення, тому виникає проблема звуження множини Парето. Методи агрегування ефективних оцінок альтернатив відносяться до прямих методів звуження множини Парето. Під визначається побудова узагальнених оцінок альтернатив за критеріями, представлених у вигляді ієрархічної структури.

Методи агрегування оцінок альтернатив підрозділяються на локальні й інтегральні.

При інтегральному способі оцінки альтернатив за кінцевими цільовими критеріями, агрегуються відразу по всьому сімейству критеріїв з нижнього рівня дерева відразу на верхній

рівень, оминаючи проміжні, на основі заданих інтегральних «ваг», або локальних «ваг», перерахованих в інтегральні. У якості найпростіших локальних і інтегральних методів агрегування виступають різні різновиди методів підсумовування оцінок по гілкам дерева критеріїв: без «ваг», з «вагами», без вирівнювання шкал кінцевих критеріїв, з вирівнюванням і т. п., а також метод «лексикографічного упорядкування», що полягає в розрахунку оцінок альтернатив тільки в найбільш важливому напрямку і призначений для попереднього порівняння альтернатив. Слід зазначити, що хоча локальні методи складніше в реалізації, вони більш глибоко враховують наявну інформацію і дозволяють одержати оцінки альтернатив за всіма проміжними критеріями дерева у явному вигляді.

Як ієрархічні структури звичайно розглядаються деревоподібні (дерева критеріїв, дерева цілей, сценарні дерева), або мережеві структури. Методи агрегування оцінок альтернатив можна розглядати і як прямі методи побудови результуючих відношень переваг, що виділяють єдину альтернативу з вихідної дискретної множини альтернатив, що зводяться до послідовного рішення наступних проблем:

1. Генерація припустимих варіантів рішень (альтернатив) або вибір множини вимірюваних об’єктів.
2. Розробка системи критеріїв оцінки якості й ефективності об’єктів (варіантів рішень, альтернатив) і представлення її у вигляді ієрархічного дерева важливості критеріїв, на основі якого визначаються «ваги важливості» вершин, що враховують ступінь впливу вершин нижнього рівня на важливість вершин верхнього рівня.
3. Побудова і вибір шкал виміру оцінок альтернатив за критеріями нижнього рівня дерева.
4. Вимір (оцінка) об’єктів (варіантів рішень, альтернатив) в обраних шкалах.
5. Перехід до результуючої шкали, а саме: від кількісних і якісних шкал до результуючої якісної шкали або, навпаки, до кількісного.
6. Виділення ядра ефективних рішень (альтернатив).
7. Вибір остаточного варіанта одним зі способів реалізації методу агрегування, тобто шляхом побудови узагальненої (результуючої) оцінки варіантів рішень за кінцевими цільовими критеріями, представленими у вигляді ієрархічної структури (дерева).

Відображення ієрархічного взаємозв’язку критеріїв у вигляді дерева звичайно проводиться експертними методами виходячи зі змістовних міркувань або на основі використання принципів декомпозиції і композиції. Декомпозиційний підхід заснований на аналізі значеннєвого змісту глобального критерію для послідовного визначення і структуризації його конкретизуючих показників, надалі визначимо їх як критерії. Композиційний підхід полягає в тому, що спочатку визначається перелік критеріїв, а потім виходячи зі значеннєвого змісту вони послідовно поєднуються у групи, що утворять більш складні критерії. При цьому вихідний перелік критеріїв поповнюється з умови повноти групи відсутніми критеріями.

До основних методів локального агрегування відносяться наступні: аналітичні, еталонні і продукційні.

В аналітичних методах результати агрегування оцінок представляються у вигляді аналітичних виразів, що залежать від значень кінцевих і проміжних критеріїв, представлених у вигляді дерева. При даному способі агрегування оцінки альтернатив за кінцевими критеріями агрегуються поступово – послідовним підсумовуванням їх з «локальними вагами важливості» за кожною гілкою дерева вгору, з урахуванням локальних критеріїв, що входять в одну гілку.

В еталонних методах, агрегування ведеться шляхом завдання еталонних об’єктів (альтернатив) у вигляді точкових значень критеріїв або областей критеріального простору і розпізнавання близькості, або приналежності до них агрегованих оцінок альтернатив. Важливим окремим випадком еталонних методів агрегування є профільні методи, у яких об’єкти представлені у вигляді так званих профілів – векторів значень підвершин вершини більш високого рівня. При цьому значення складних критеріїв більш високого рівня у рамках кожної гілки дерева задаються множинами еталонів у вигляді наборів профілів, або у вигляді областей їхніх значень.

Продукційні методи агрегування засновані на формуванні продукційних залежностей значень критеріїв більш високих рівнів від сполучень значень критеріїв більш низьких рівнів. Продукції мають вигляд «якщо..., то...».

Важливою особливістю еталонних і продукційних методів агрегування у порівнянні з аналітичними є використання як шкали виміру тільки дискретних шкал виміру. Якщо вихідні оцінки альтернатив представлені у вигляді вимірів у безперервних шкалах, то виникає задача переходу від безперервних до дискретних значень.

Коли ієрархічна структура критеріїв задана, то необхідно лише автоматизувати її введення. Однієї з проблем при цьому є вибір способу перерахування вершин ієрархічної структури.

Для дерев в основному застосовуються два способи перерахування – «за гілками», коли індекс вершини вказує шлях до цієї вершини, і «за рівнями», коли по черзі розглядаються всі рівні зверху вниз, а вершини одного рівня нумеруються підряд ліворуч праворуч.

У першому випадку дерево задається у вигляді:

$$D^{(1)} = \{d_{(i_1.....i_v)} \mid i_v = \overline{1, n_{i_1.....i_v}}, v = \overline{1, n}\} \ , \qquad (1)$$

де, $d_{(i_1.....i_{v-1},\, i_v)}$ – підвершина вершини $d_{(i_1.....i_{v-1})}$;

$n_{i_1.....i_{v-1}}$ – число підвершин вершини $d_{(i_1.....i_{v-1})}$;

n – число рівнів $D^{(1)}$.

У другому випадку дерево задається графом у вигляді

$$D^{(2)} =< D, R_D > \ , \qquad (2)$$

де $D = \{d_j^{(i)} \mid i_v = \overline{1, n_i}, v = \overline{1, n}\}$ – множина вершин графа,

$R_D = \{R^{(i,j+1)} \mid i = \overline{1, n-1}\}$ – множина відношень зв'язку вершин сусідніх рівнів у дереві $D^{(2)}$.

Розглянемо більш детально еталонний метод агрегування оцінок, отриманих при оцінці альтернатив за багатьма показниками. Класифікаційна схема способів завдання еталонів представлена на рис. 1.

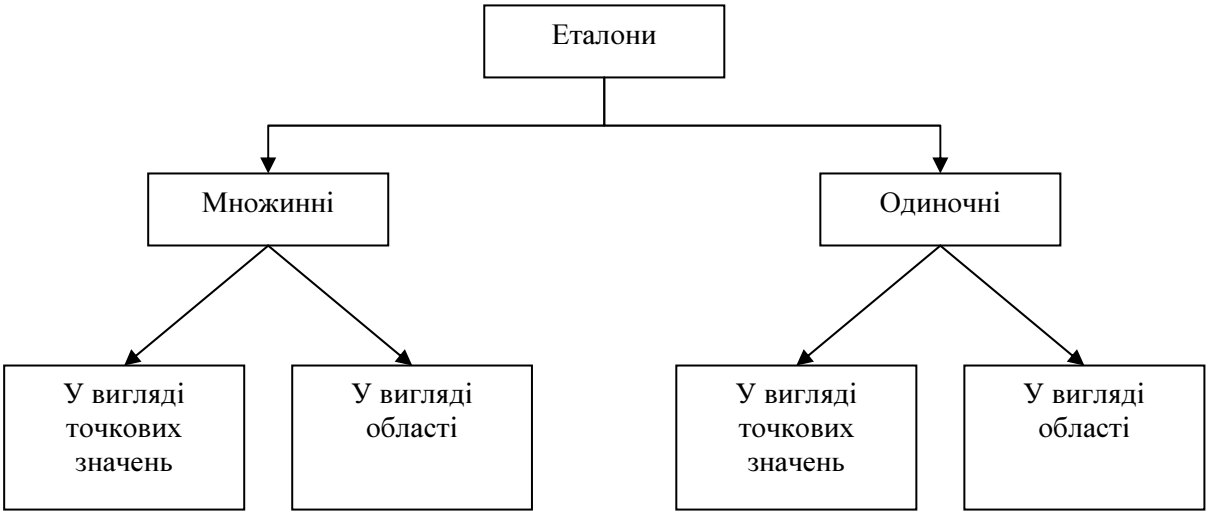

Рис. 1. Класифікація способів завдання еталонів

Одиночні еталони використовуються в тих ситуаціях, коли підобласті простору критеріїв, утвореного критеріями нижнього рівня гілки дерева, що відповідають градаціям вихідної шкали кореневого (глобального) критерію, досить добре відділені одна від іншої і мають просту форму, типу сферичної. Якщо ж границі цих підлеглих областей порізані, форма – досить складна, із близьким розташуванням альтернатив, то дані підлеглої області задаються не

одним, а множиною еталонів. Саме поняття еталона теж може бути різним. Еталон як частина критеріального простору може задаватися або точковими значеннями критеріїв (точкові еталони), або інтервалами значень критеріїв (еталони у вигляді областей). Алгоритм еталонного методу агрегування оцінок альтернатив зводиться до наступних кроків.

Крок 1. Для кореневих вершин (n-1)-го рівня ієрархічного дерева будуються дискретні шкали з обраними експертами числами градацій шляхом завдання множин еталонів, що відповідають кожної градації.

Крок 2. Отримання агрегованих оцінок альтернатив у побудованих шкалах на основі розпізнавання близькості профілів альтернатив відповідній множини сімейства еталонів. Для цього використовується алгоритми визначення схожості оцінки з еталоном, який представлено на рис. 2, алгоритм злиття оцінок при агрегуванні гілки (n – 1)-го рівня дерева, який представлено на рис. 3.

Крок 3. Повторення процедур кроків 1 і 2 доти, поки не досягнемо кореневої вершини дерева 1-го рівня.

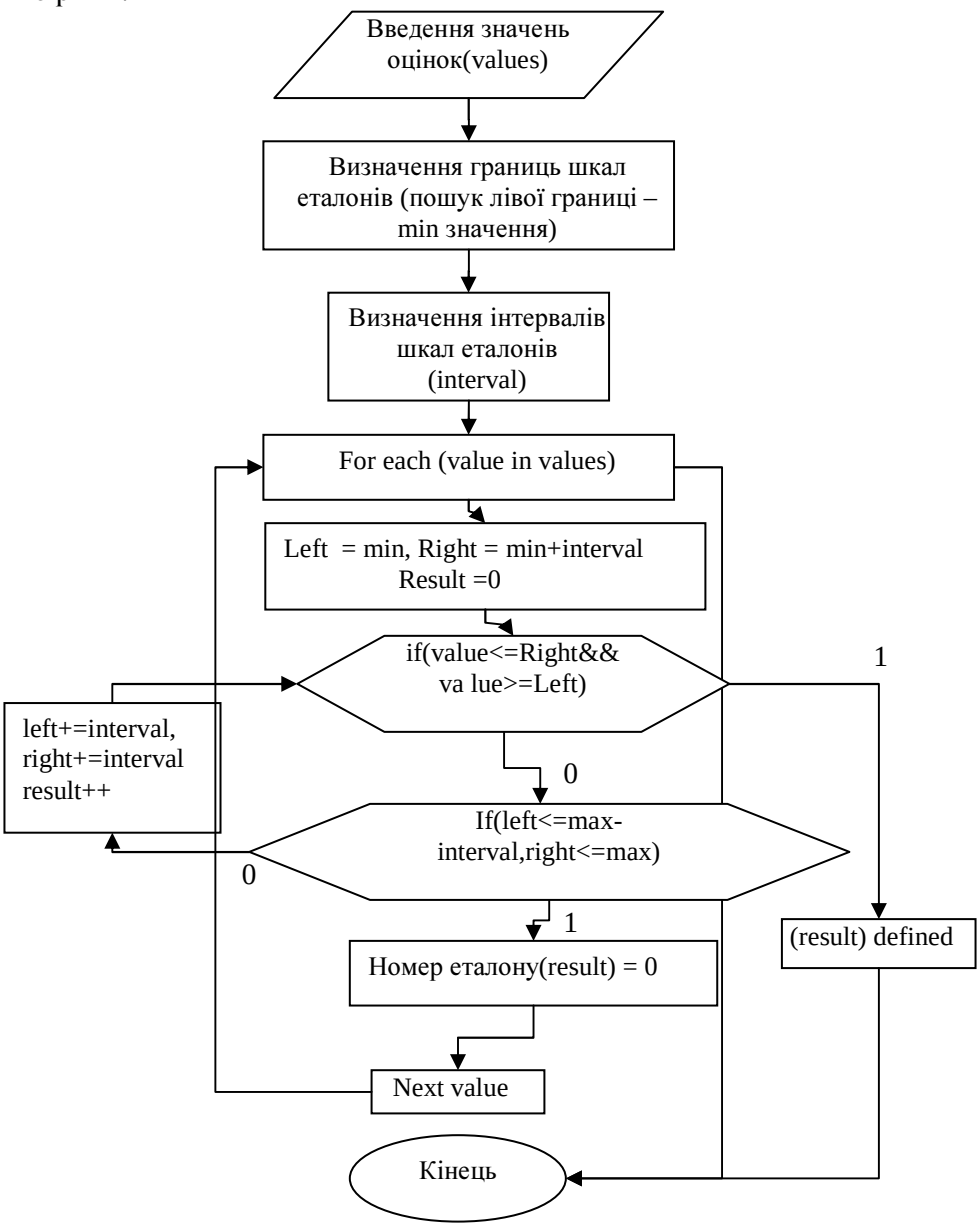

Рис. 2. Алгоритм визначення схожості оцінки з еталоном

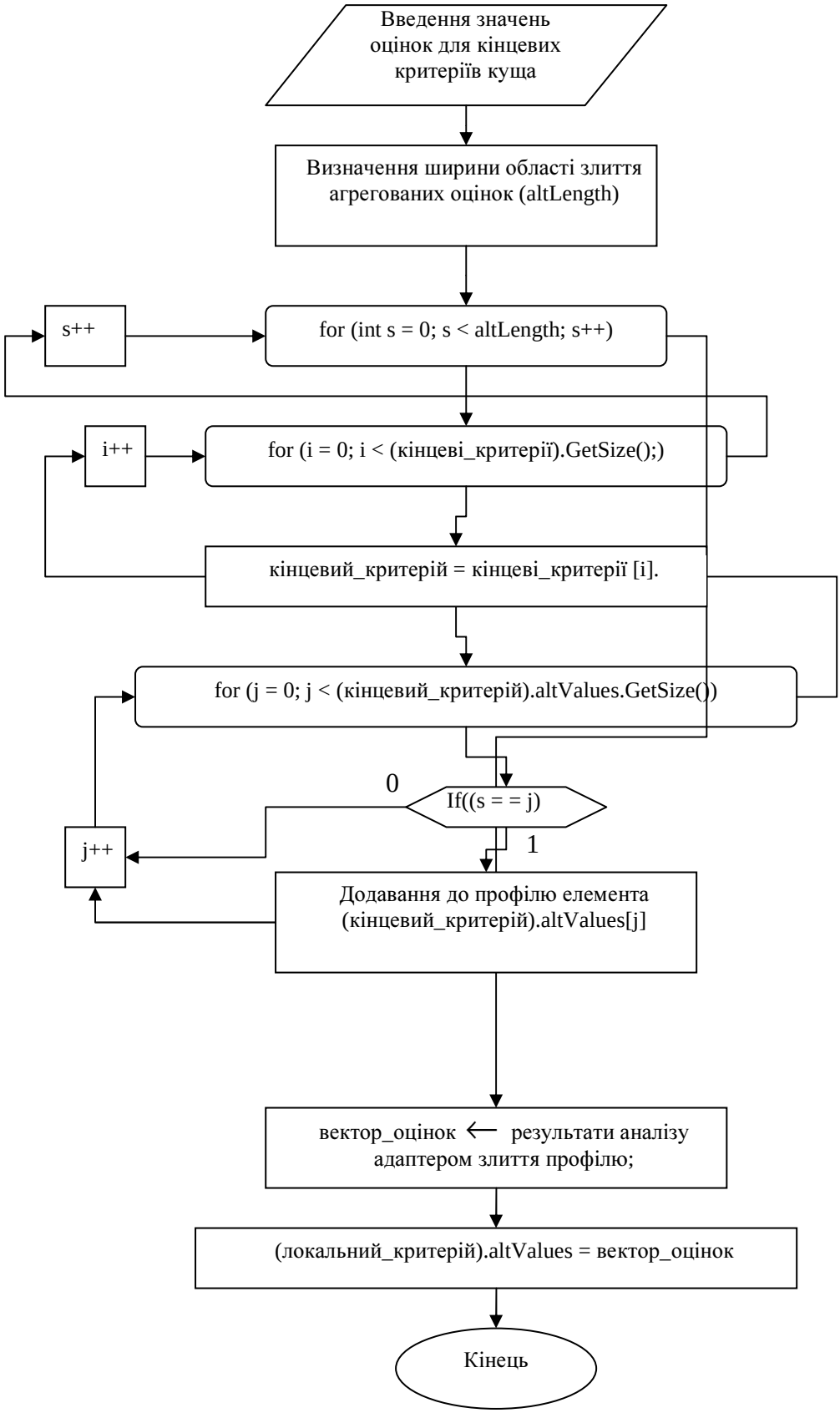

Рис. 3. Алгоритм злиття оцінок при агрегуванні гілки (*n* – 1)-го рівня дерева

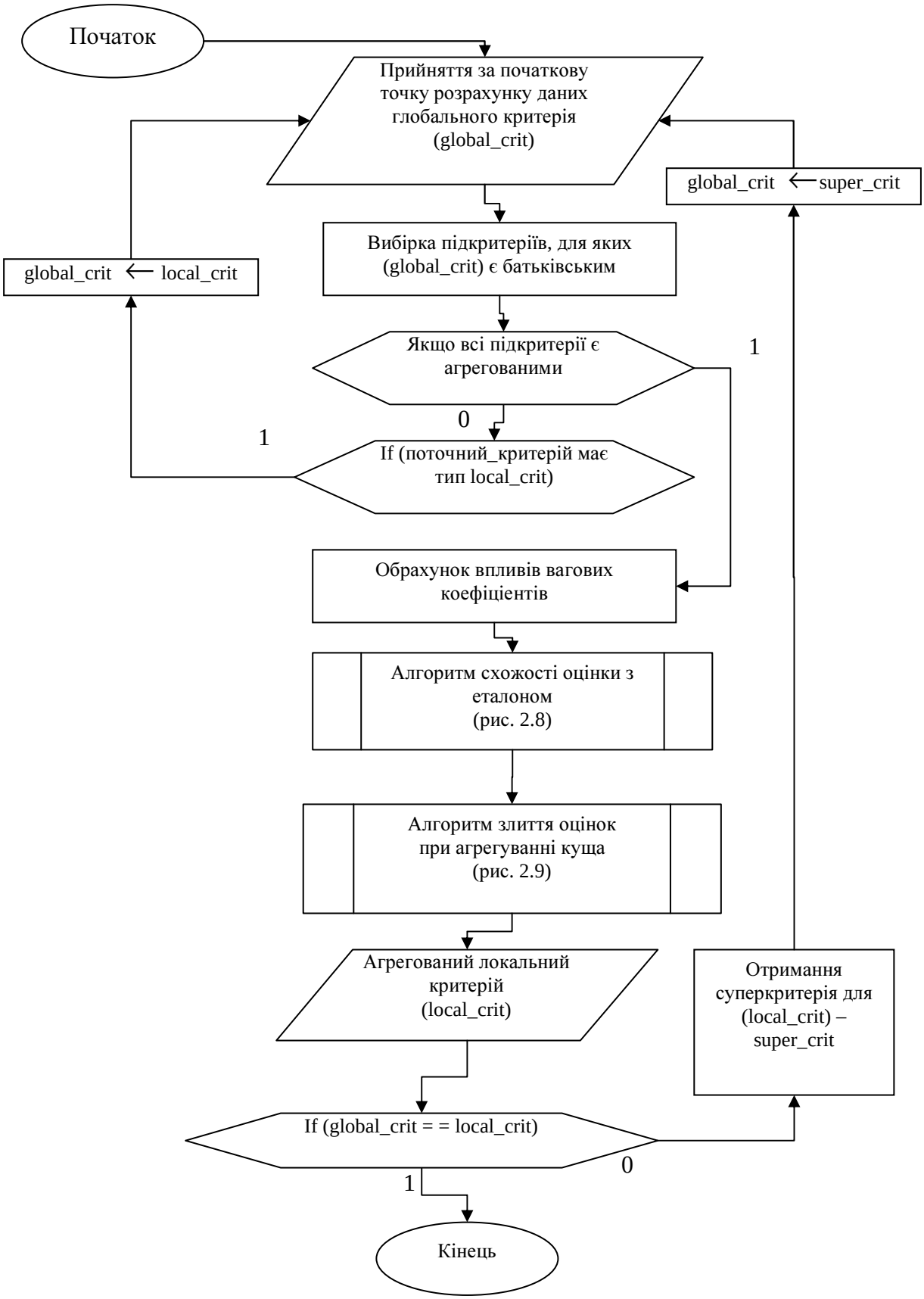

Рис.4. Узагальнений рекурсивний алгоритм агрегування паретовських оцінок

Узагальнений рекурсивний алгоритм агрегування паретовських оцінок представлено на рис. 4

Таблиця 1

Дані про проекти побудованих електростанцій

C	D	T_1	T_2	S	PR	NE	CT	BW	N	PT
460.05	68.58	14	46	687	0	1	0	0	14	0
452.99	67.33	10	73	1065	0	0	1	0	1	0
443.22	67.33	10	85	1065	1	0	1	0	1	0
652.32	68.00	11	67	1065	0	1	1	0	12	0
642.23	68.00	11	78	1065	1	1	1	0	12	0
345.39	67.92	13	51	514	0	1	1	0	3	0
272.37	68.17	12	50	822	0	0	0	0	5	0
317.21	68.42	14	59	457	0	0	0	0	1	0
457.12	68.42	15	55	822	1	0	0	0	5	0
690.19	68.33	12	71	792	0	1	1	1	2	0
350.63	68.58	12	64	560	0	0	0	0	3	0
402.59	68.75	13	47	790	0	1	0	0	6	0
412.18	68.42	15	62	530	0	0	1	0	2	0
495.58	68.92	17	52	1050	0	0	0	0	7	0
394.36	68.92	13	65	850	0	0	0	1	16	0
423.32	68.42	11	67	778	0	0	0	0	3	0
712.27	69.50	18	60	845	0	1	0	0	17	0
289.66	68.42	15	76	530	1	0	1	0	2	0
881.24	69.17	15	67	1090	0	0	0	0	1	0
490.88	68.92	16	59	1050	1	0	0	0	8	0
567.79	68.75	11	70	913	0	0	l'	1	15	0
665.99	70.92	22	57	828	1	1	0	0	20	0
621.45	69.67	16	59	786	0	0	1	0	18	0
608.80	70.08	19	58	821	1	0	0	0	3	0
473.64	70.42	19	44	538	0	0	1	0	19	0
697.14	71.08	20	57	1130	0	0	1	0	21	1
207.51	67.25	13	63	745	0	0	0	0	8	1
288.48	67.17	9	48	821	0	0	1	0	7	1
284.88	67.83	12	63	886	0	0	0	1	11	1
280.36	67.83	12	71	886	1	0	0	1	11	1
217.38	67.25	13	72	745	1	0	0	0	8	1
270.71	67.83	7	80	886	1	0	0	1	11	1

Позначення для даних, приведених у табл. 1.

C – ціни, млн дол.

D – термін дозволу на будівництво.

T_1 – час між звертанням за дозволом і одержанням дозволу.

T_2 – час між одержанням оперативної ліцензії і дозволом на будівництво.

S – номінальна потужність електростанції, Мвт.

PR – наявність в тій же самій місцевості раніше побудованої електростанції.

NE – використання допоміжних джерел енергії.

CT – силова установка високої потужності.

N – сумарне число електростанцій, побудоване кожним архітектором-інженером.

PT – електростанції з частковим наглядом.

Для перевірки еталонного метода агрегування в задачах багатокритеріальної оптимізації було використано приклад оцінювання проектних альтернатив при побудові електростанцій. У таблиці наведено данні по проектним альтернативам.

У ході аналізу було сформульоване наступне ієрархічне дерево рис. 5 важливості критеріїв і введені додаткові позначення:

Параметри PR,NE,CT, BW – узагальнені в кінцевий критерій PT (Plant Type),

– PT = {1,2,3,4}.
– GE – глобальна ефективність проекту (глобальний крітерій);
– BT – час будівництва (локальний критерій);
– TC – загальна вартість (кінцевий критерій);

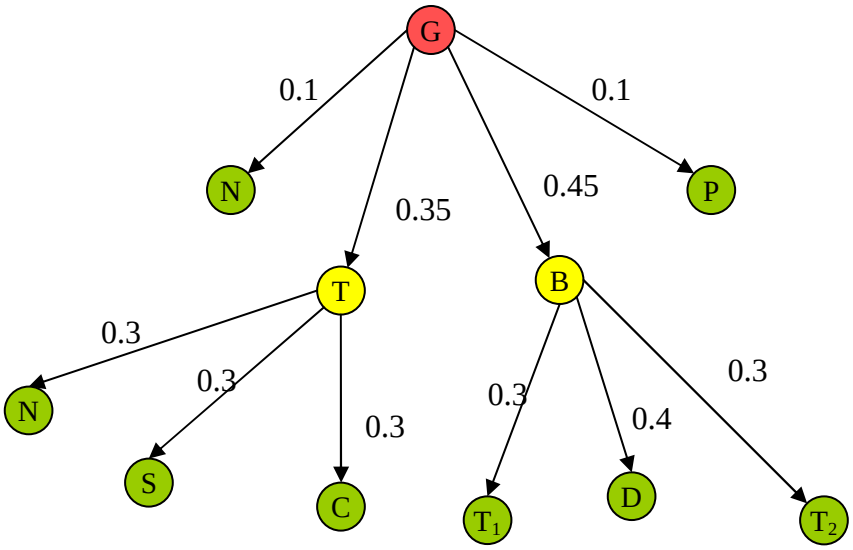

Рис. 5. Ієрархічне дерево важливості оцінок критеріїв при виборі проекту

Для реалізації метода агрегації в методах багатокритеріального аналізу було розроблено програмне забезпечення на мові C++ . На рис. 6 приведена узагальнена бібліотека класів реалізації еталонного методу. На рис. 7 приведені результати агрегування.

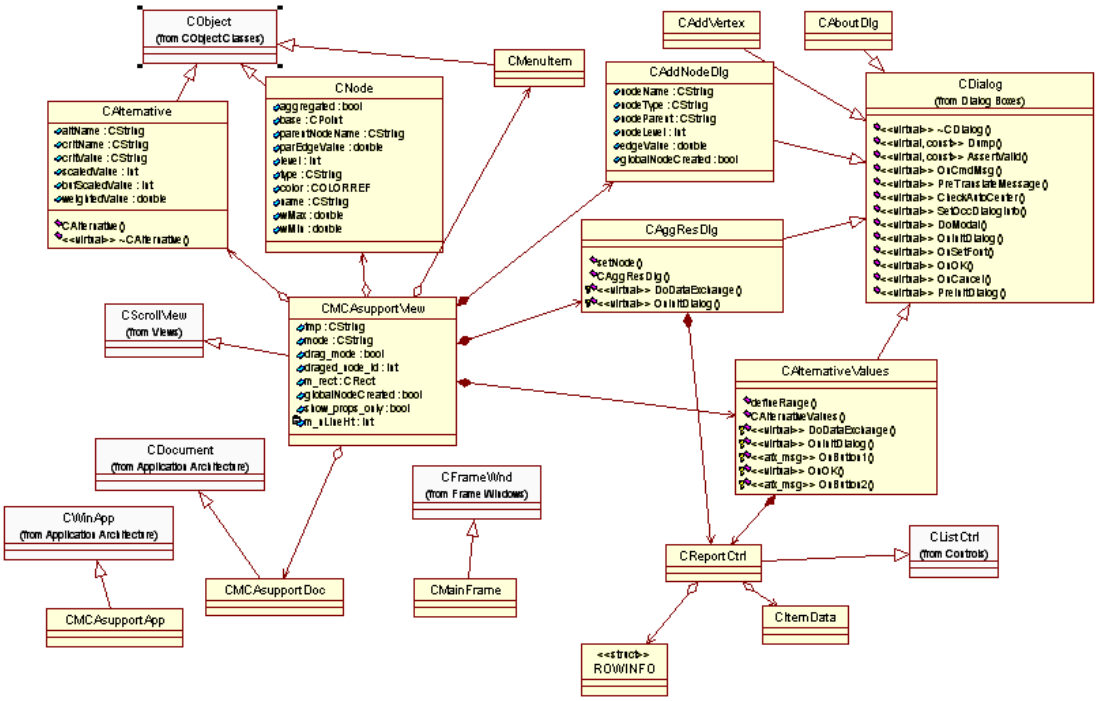

Рис. 6. Узагальнена діаграмма класів

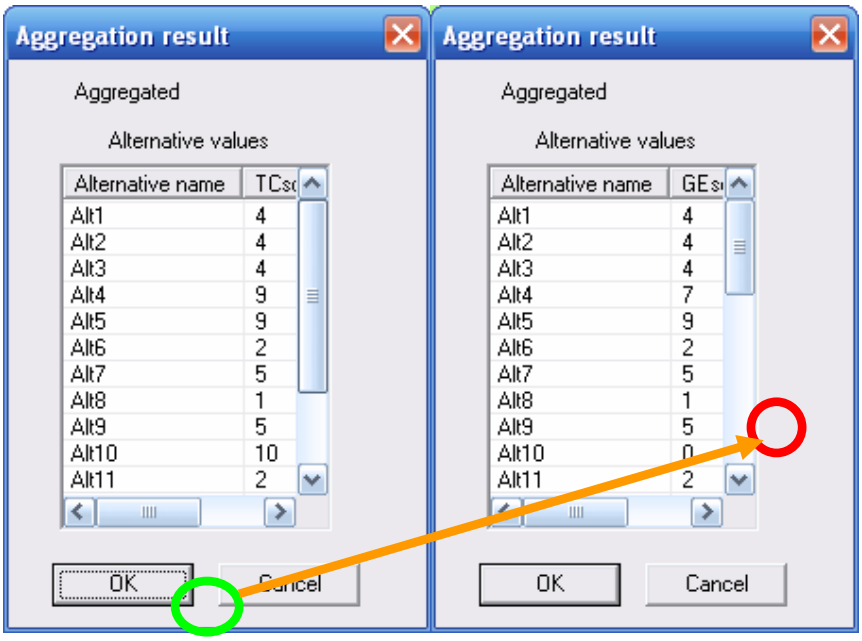

Рис. 7. Результати повного агрегування оцінок альтернатив

Агрегація оцінок альтернатив за локальними критеріями ілюструє відповідні переваги критеріїв конкретної предметної області, оцінювання якої може характеризуватися специфічними показниками. Важливою характеристикою еталонного методу є визначення ефективного оцінювання всіх альтернатив з виділенням найкращої, в умовах, що характеризуються важкістю визначення оптимальності, а саме знаходження альтернатив у множині Парето. Результати дослідження є досить сталими, відхилення обумовлене специфікою алгоритмів злиття оцінок.

ЛІТЕРАТУРА

1. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация: теория, вичисления, приложения. – М.: Наука. – 1982. – С. 14-29, 146-258.
2. Абрамович Б.М. Многокритериальная оптимизация. Математические аспекты. – М.: Наука. – 1989. – С. 116-123.
3. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальние решения многокритериальних задач. – М.: Наука. – 1982. – С. 9-64.
4. Кокс Р., Снел К. Прикладная статистика. – М.: Мир, 1984. – 340 с.
5. Noghin V.D. Relative importance of criteria: a quantitative approach // Journal of Multi-Criteria Decision Analysis. – 1997. – P. 355-363.
6. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений. – М., 2000.

© Гожий О.П., Бурлаченко І.І., 2010 *Стаття надійшла до редколегії 12.03.10 р.*